

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – UCAM  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E  
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL  
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA  
COMPUTACIONAL

JOÃO VICTOR DE FREITAS RIBEIRO

**CONTRIBUIÇÃO DO SIMULADOR PhET PARA O ENSINO DE  
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS  
INCÓGNITAS: UMA AVALIAÇÃO EMPÍRICA COM MODELO  
TRADICIONAL E TECNOLÓGICO**

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ  
Outubro de 2023

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – UCAM  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E  
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL  
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA  
COMPUTACIONAL

João Victor de Freitas Ribeiro

**CONTRIBUIÇÃO DO SIMULADOR PhET PARA O ENSINO DE  
SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS  
INCÓGNITAS: UMA AVALIAÇÃO EMPÍRICA COM MODELO  
TRADICIONAL E TECNOLÓGICO**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Mestrado em Pesquisa Operacional e  
Inteligência Computacional da  
Universidade Candido Mendes –  
Campos/RJ, para obtenção do grau de  
MESTRE EM PESQUISA OPERACIONAL  
E INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL.

Orientador: Prof. Eduardo Shimoda, D.Sc.

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ  
Outubro de 2023

## Catálogo na fonte

Preparada pela Biblioteca da **UCAM – CAMPOS** 001/2024

Ribeiro, João Vitor de Freitas.

Contribuição do simulador PhET para o ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas: uma avaliação empírica com modelo tradicional e tecnológico. / João Vitor de Freitas Ribeiro. – 2023.

53 f.

Orientador(a): Eduardo Shimoda.

Dissertação de Mestrado em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional – Universidade Candido Mendes – Campos. Campos dos Goytacazes, RJ, 2023.

Referências: f. 46-48.

1. Ensino de matemática. 2. Recursos tecnológicos. I. Shimoda, Eduardo , orient. II. Universidade Candido Mendes – Campos. III. Título.

CDU – 371.3:51

JOÃO VICTOR DE FREITAS RIBEIRO

**CONTRIBUIÇÃO DO SIMULADOR  
PHET PARA O ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO  
PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS: UMA AVALIAÇÃO  
EMPÍRICA COM MODELO TRADICIONAL E TECNOLÓGICO**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Mestrado em Pesquisa Operacional e  
Inteligência Computacional da  
Universidade Candido Mendes –  
Campos/RJ, para obtenção do grau de  
MESTRE EM PESQUISA OPERACIONAL  
E INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL.

Aprovada em 25 de outubro de 2023.

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Eduardo Shimoda, D.Sc. – orientador

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – CAMPOS

---

Prof. Aldo Shimoya, D.Sc.

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – CAMPOS

---

Prof. José Leonardo Gualberto Ramos, D.Sc.

UNIVERSIDADE SALGADO DE OLIVEIRA - CAMPOS

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ  
2023

## Dedicatória

Dedico esta dissertação a vocês (Mestres), que são verdadeiros agentes de mudança. Vocês que moldam o futuro, construindo bases sólidas para o desenvolvimento das próximas gerações.

## AGRADECIMENTOS

Expresso minha sincera gratidão a Deus por sua presença constante, sua orientação e suas bênçãos durante todo este processo.

Aos meus pais, Ana Maria e Fernando, pelo apoio incansável na minha vida e para a realização desse Mestrado. A inspiração pelo incentivo incessante de buscar a melhor educação para seus filhos.

À Thaís, cujo companheirismo incondicional que me ajudou a realizar esse objetivo. Pelo apoio, pela paciência e pela maturidade de compreender os momentos difíceis.

Às minhas irmãs, Fernanda e Flávia, pessoas incríveis e minha fonte de inspiração.

Aos meus filhos, que me alimentam a força da necessidade de crescimento contínuo.

Aos colegas de profissão que sempre responderam ao chamado, fornecendo dados e compartilhando experiências

À Universidade Candido Mendes e aos professores do Programa de Mestrado em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional, pelos ensinamentos transformadores.

Ao prof. Eduardo Shimoda, pela paciência, ajuda e dedicação. Sem as quais não seria possível completar essa tarefa. Espero ter atingido um resultado a altura do seu brilhantismo.

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”  
(Marthin Luther King)

## RESUMO

### CONTRIBUIÇÃO DO SIMULADOR PhET PARA AO ENSINO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU COM DUAS INCÓGNITAS: UMA AVALIAÇÃO EMPÍRICA COM MODELO TRADICIONAL E TECNOLÓGICO

**Introdução:** Em vista das dificuldades encontradas dos estudantes nos entendimentos aos temas que envolvem a disciplina de Matemática, e a mudança na forma de compreender nos momentos atuais, e uso contínuo de tecnologia no dia-dia, foi evidenciado a necessidade de propor a opção de um aplicativo para desenvolver o estudo de sistemas de equações do primeiro grau em sala de aula.

**Objetivo:** O objetivo foi de avaliar e comparar a didática para ensinar Sistemas de Equações do 1º grau com foco em resolução pelo método gráfico, explorando o lado investigativo dos estudantes por meio de simulações no PheT Colorado e o método Tradicional. Verificar a eficácia do simulador como recurso didático. **Métodos:** A pesquisa analisou, 32 alunos do 8º do ensino Fundamental II, que foram divididos em quatro grupos para analisar o desempenho em uma avaliação com seis questões de níveis de dificuldade (baixo, médio e alto) e os grupos foram divididos em: sem aula aplicada (Controle), apenas tradicional, apenas com Aplicativo e tradicional com aplicativo. Foram coletadas as médias dos estudantes em Matemática do ano anterior para comparar com as médias após aplicação dos métodos propostos, assim analisadas estatisticamente. **Resultados:** Os Resultados permitiram concluir que as aulas com apenas modelo Tradicional (AT), com apenas o uso do simulador PhET (AA) e com a intervenção (Tradicional com Aplicativo) tiveram efeitos significativos. **Conclusão:** Essas análises podem fornecer insights sobre a eficácia do uso de recursos computacionais no ensino de matemática e ajudar a identificar abordagens pedagógicas mais efetivas.

**Palavras-chave:** recursos tecnológicos; PhET; ensino da matemática.

## ABSTRACT

### CONTRIBUTION OF THE PhET SIMULATOR TO THE TEACHING OF FIRST DEGREE EQUATION SYSTEMS WITH TWO INCOGNITA: AN EMPIRICAL EVALUATION WITH A TRADITIONAL AND TECHNOLOGICAL MODEL

**Introduction:** In view of the difficulties experienced by students in understanding topics involving the subject of Mathematics, the change in the way it is understood today, and the continuous use of technology in everyday life, there was a need to propose the option of an application to develop the study of first degree equation systems in the classroom. **Objective:** The objective was to evaluate and compare the didactics for teaching Systems of Equations of the 1st degree with a focus on resolution by the graphical method, exploring the investigative side of the students through simulations in PheT Colorado and the Traditional method. To verify the effectiveness of the simulator as a teaching resource. **Methods:** The research analyzed 32 students from the 8th grade, who were divided into four groups to examine their performance in a test with six questions of varying levels of difficulty (low, medium, and high) and the groups were divided into: no class applied (Control), only traditional, only with Application, and traditional with Application. The grade point averages of the students in Mathematics from the previous year were collected to compare them with the grade point averages after applying the methods proposed, which were then statistically analyzed. **Results:** The results indicated that the classes with only the Traditional model (AT, acronym in Portuguese), with only the use of the PhET simulator (AA, acronym in Portuguese), and with the intervention (Traditional with Application) had significant effects. **Conclusion:** These analyses may provide insights into the effectiveness of the use of computational resources in Mathematics teaching and help identify more effective pedagogical approaches.

**Keywords:** technological resources; PhET; Mathematics teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Plano cartesiano PHET .....	31
Figura 2- Construção de gráfico de uma equação linear $y=mx +b$ ( $y = 2x + 1$ ) .....	32
Figura 3 – Construção de gráfico com duas equações lineares com duas incógnitas $y = mx + b$ ( $y = 2x +1$ e $y = -x - 5$ ).....	33
Figura 4- Gráfico apresentando as coordenadas (-2 e -3) indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema possível e determinado .....	33
Figura 5 – Gráfico indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema impossível .....	34
Figura 6 – Gráfico indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema possível e indeterminado .....	35
Figura 7- Notas anteriores de matemática dos alunos nos quatro grupos .....	37
Figura 8– Médias dos 4 grupos em relação ao grau de Dificuldade.....	38
Figura 9– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade baixo.....	39
Figura 10– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade alto .....	40
Figura 11– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade alto .....	41
Figura 12– Gráfico indicando o resultado final .....	42

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Relação dos temas dentro da Matemática abordados pelas simulações disponíveis no site da PhET. O número indica a quantidade de simulações que abordam o respectivo tema .....	25
Tabela 2– Total de alunos por turma e número de participantes .....	28

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PHET	Physics Education Technology
PNE	Plano Nacional de Educação
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	12
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	12
1.2	OBJETIVOS	13
1.2.1	<b>Objetivo geral</b>	13
1.2.2	<b>Objetivos específicos</b>	14
1.3	JUSTIFICATIVA	14
1.3.1	<b>Por que Sistema de Equações do Primeiro Grau pelo Método gráfico?</b>	16
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b>	17
2.1	IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA A FORMAÇÃO INTEGRAL DO ALUNO	17
2.2	TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	19
2.3	AS FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	22
2.4	<b>CONTRIBUIÇÕES DO SIMULADOR PHET PARA O ENSINO</b>	24
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	28
3.1	SEQUÊNCIA AULA COM RECURSO TECNOLÓGICO	29
3.1.1	<b>Apresentação inicial</b>	29
3.1.2	<b>O plano cartesiano no PHET</b>	30
3.1.3	<b>Construção do gráfico de equação com duas incógnitas no PHET</b>	31
3.1.4	<b>Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema possível e determinado</b>	32
3.1.5	<b>Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema impossível</b>	34
3.1.6	<b>Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema possível e indeterminado</b>	35
3.2	SEQUÊNCIA DIDÁTICA TRADICIONAL	35
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	37
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	45
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICE A	49
	APÊNDICE B	53

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Este presente trabalho é constituído por uma proposta metodológica de aprendizagem no ensino de matemática, propondo avaliar e comparar o estilo de ensino tradicional utilizado por muitos professores e aplicar o uso do simulador PhET nas escolas que apresentam uma carência de aulas práticas por falta de laboratórios físicos.

A pesquisa foi realizada no mês de maio de 2023, com os estudantes do 8º ano do ensino Fundamental II de uma escola particular localizada na região de Campos dos Goytacazes do Estado do Rio de Janeiro. Participaram 32 (Trinta e dois) alunos, com o intuito de avaliarem a “Contribuição do Simulador PhET ao ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas”.

O Estudo foi importante para evidenciar a importância da inserção da tecnologia como complemento e melhora do ensino tradicional. E ainda oferece uma abordagem estruturada e sequencial para o aprendizado, fornecendo uma base sólida de conhecimento teórico.

O Recurso Tecnológico adotado é o PhET, um software de simulação interativa gratuito, desenvolvido pela Universidade do Colorado, nos Estados Unidos. Ele permite que os alunos possam experimentar e visualizar conceitos matemáticos, físicos e químicos em um ambiente virtual. Essas simulações fornecem uma experiência prática que ajuda a compreender os conceitos teóricos muitas vezes difíceis de se entender apenas com o ensino tradicional em sala de aula.

O PhET é particularmente útil no ensino de matemática, pois permite que os alunos visualizem conceitos abstratos, como geometria espacial, frações, trigonometria, álgebra e cálculo.

Além disso, o PhET oferece uma variedade de recursos para ajudar os professores a integrar as simulações em suas aulas. O site do PhET inclui planos de aula, tutoriais em vídeo, perguntas frequentes e fóruns de discussão para ajudar os professores a criar e implementar atividades de ensino com as simulações.

Metodologia: foram apresentados, os modelos adotados de aulas com breve sequência didática aplicada. 1- Modelo com recurso tecnológico, que foi aplicado de forma única para um determinado grupo. 2- Modelo tradicional com recurso tecnológico, que seria uma aula expositiva em que o professor é o principal transmissor de conhecimento e informações com o recurso digital PhET. 3- É o modelo de apenas tradicional.

O primeiro capítulo, uma introdução trazendo pequenas analogias ao tema, e o segundo capítulo aborda revisão de literatura, onde foi articulado diversos artigos embasados ao tema proposto. O terceiro capítulo descreve os procedimentos metodológicos, incluindo a caracterização da pesquisa, a população, amostras e análises estatísticas utilizadas e a sequência didática adotada. O quarto capítulo, mostra o resultado e as discussões e o último capítulo apresenta as considerações finais.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo geral

Elaborar uma situação didática voltada ao ensino de Sistemas de Equações do 1º grau com duas incógnitas, visando explorar o lado investigativo dos estudantes, por meio de simulações no PhET Colorado e método tradicional.

Verificar a eficácia do simulador PhET como recurso metodológico no ensino e aprendizagem de matemática, explorando a construção e o entendimento do plano cartesiano, desenvolver a resolução de um sistema de equações do primeiro grau pelo método gráfico e a classificação do sistema (possível e determinado, possível e indeterminado, impossível).

### 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos incluem determinar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Sistema lineares com duas incógnitas, trabalhar a importância de explorar a solução pelo método gráfico tanto pelo método tradicional como também com o recurso tecnológico e propor uma sequência didática para a aplicação do simulador PhET.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A sociedade passou por transformações significativas nas últimas décadas, impulsionadas principalmente pelos avanços tecnológicos e pela rápida disseminação da informação. No entanto, muitas vezes a escola não conseguiu acompanhar totalmente essas mudanças e se adaptar às novas demandas e necessidades da sociedade contemporânea.

A revolução digital e a internet permitiram o acesso quase instantâneo a uma quantidade vasta de informações e conhecimentos. Isso trouxe novas formas de comunicação, colaboração e interação entre as pessoas, bem como uma velocidade sem precedentes na difusão de informações.

Num dos impulsos para esse estudo é demonstrado que a pandemia de Covid-19, iniciada em 2020, mostrou que, apesar dos avanços tecnológicos e descobertas científicas, o mundo ainda não estava preparado para lidar com essa crise global. O surgimento repentino do vírus teve repercussões significativas nos âmbitos social, político, cultural, econômico, tecnológico e na saúde. O setor educacional também foi diretamente afetado, alterando drasticamente o processo de escolarização, com a convicção de que a classe de alunos tem necessidade de ser socorrida com inovações e dinamismo em sala de aula.

O distanciamento social tornou-se a principal medida adotada para combater o vírus, no entanto, essa alternativa teve impactos significativos no campo educacional. Como resultado, o ensino remoto emergiu como a opção mais viável para manter a continuidade das aulas. Nesse contexto, tanto as instituições de ensino quanto os professores tiveram que se adaptar e adotar novas práticas para atender aos propósitos do ensino remoto (Oliveira; Neto & Oliveira, 2020)

Segundo Carvalho *et al.*, (2021) ambiente escolar tem passado por mudanças significativas devido à expansão da informação, avanço tecnológico e globalização de mercados. Porém, nada foi tão impactante e urgente quanto a crise sanitária causada pela infecção humana do novo Coronavírus (Covid-19).

É também de total interesse enfatizar neste estudo a importância de se reconhecer as mudanças sociais impulsionadas pelas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) na forma como interagimos e nos comunicamos. Essas mudanças têm um impacto significativo no comportamento dos alunos e exigem que a escola desempenhe um papel fundamental na formação básica do cidadão para esse mundo digital.

Nesse sentido, devemos formar mais estudos, mais conclusões, mais ideias e propostas para a necessidade de ressignificar as práticas pedagógicas no ensino da Matemática na escola básica, integrando as TDICs no trabalho educativo. Isso implica em utilizar as tecnologias digitais como ferramentas para potencializar o aprendizado, proporcionando aos alunos experiências de aprendizagem mais dinâmicas, interativas e conectadas com a realidade em que vivem.

A utilização de objetos de aprendizagem, como o simulador virtual PhET, é vista como um recurso complementar ao ensino e não como substituto dos métodos tradicionais. Acredita-se que o uso adequado da tecnologia, especificamente o uso de computadores como ferramenta das TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação), pode promover uma maior interação entre alunos, professores e o conteúdo da disciplina, complementando as abordagens metodológicas.

A pesquisa justifica-se pela necessidade de uma metodologia que estimule a participação dos alunos. Assim a proposta de uma sequência didática que proporcione um trabalho dinâmico e organizado para a aplicação das simulações e avaliação do processo, incentivando a motivação dos alunos na construção do conhecimento tem valor e importância.

O ensino dos conteúdos de matemática tem sido alvo de críticas, levando à insatisfação tanto dos alunos quanto dos professores. Muitas vezes, os conteúdos parecem inacessíveis e difíceis de se compreender e ensinar. Nesse contexto, os professores são desafiados diariamente a adotar metodologias de ensino que contemplem a prática, seja por meio do uso de recursos tecnológicos ou materiais concretos. Essas abordagens podem ajudar os alunos a enxergarem a matemática de uma forma diferente, não como uma disciplina difícil, mas como algo acessível,

capaz de oferecer diversas maneiras de compreensão. A busca por estratégias que tornem o ensino da matemática mais significativo e envolvente é fundamental para promover uma mudança de perspectiva e superar os desafios encontrados no processo de aprendizagem matemática.

### **1.3.1 Por que Sistema de Equações do Primeiro Grau pelo Método gráfico?**

O sistema de equações do primeiro grau é uma ferramenta valiosa na matemática e pode ser resolvido de várias maneiras, incluindo o método gráfico. Ao representar graficamente as equações de um sistema, é possível se determinar o ponto de interseção das curvas, que corresponde à solução do sistema.

Ao fornecer aos alunos uma base sólida em gráficos e sua compreensão, juntamente com outras habilidades matemáticas, estamos preparando-os para analisar dados de maneira eficaz e utilizar ferramentas matemáticas adequadas para a interpretação e solução de problemas do mundo real.

Os dados estão se tornando cada vez mais importantes em nosso mundo, onde vemos que a compreensão dos gráficos é fundamental para a análise de dados. A representação gráfica de dados permite visualizar e interpretar padrões, tendências e relações entre variáveis, o que é essencial para uma análise significativa.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA COM TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA A FORMAÇÃO INTEGRAL DO ALUNO

Grando, (2000) enfatiza bem que a capacidade de utilizar a matemática de forma contextualizada, aplicando conceitos, procedimentos e ferramentas para descrever e prever fenômenos, é essencial. O letramento em matemática também permite reconhecer a importância dessa disciplina no mundo e agir de maneira consciente ao tomar decisões. Essas habilidades são fundamentais para desenvolver cidadãos construtivos, engajados e reflexivos.

A educação proporciona os alicerces necessários para que os alunos adquiram conhecimentos, habilidades e valores que os capacitem a participar de forma ativa e responsável na construção de um futuro melhor. No que diz respeito à matemática, a Base Nacional Comum Curricular (2017) estabelece os conteúdos e as habilidades que os alunos devem adquirir em cada etapa da educação básica. Através da matemática, os estudantes são estimulados a desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de resolver problemas, a argumentação matemática e a comunicação matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996)<sup>1</sup>, e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BNCC, 2017, p. 7).

A incorporação da tecnologia na sala de aula tem sido amplamente discutida atualmente. Os professores estão se aprimorando e utilizando novos recursos, especialmente nas aulas de Matemática, que requerem atenção especial. A presença da tecnologia no ensino da Matemática não é recente e teve início na década de 1970 com programas implementados pelo Ministério da Educação e Cultura. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) destaca a importância do uso crítico e reflexivo das tecnologias digitais na vida escolar dos alunos. Portanto, o ensino por meio da tecnologia é uma realidade que veio para somar, mesmo enfrentando desafios.

As Competências Gerais da Educação Básica são habilidades e conhecimentos que os estudantes devem desenvolver ao longo de sua formação escolar, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) do Brasil. São competências que transcendem as disciplinas específicas e têm como objetivo preparar os alunos para a vida em sociedade. A respeito das Competências Gerais da Educação Básica sobre o uso de tecnologias digitais para o ensino, temos:

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva [...] (BNCC, 2017, p. 9).

Segundo Borba e Penteado (2016), é um direito dos alunos a utilização de recursos tecnológicos, e eles precisam adquirir conhecimentos nessa área. A Matemática tem sido considerada privilegiada em relação às tecnologias presentes no mundo moderno, como jogos, calculadoras, materiais concretos, softwares e outros recursos tecnológicos. Essa perspectiva reconhece a importância da integração da tecnologia no ensino da Matemática, pois ela proporciona oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades cognitivas e explorarem conceitos matemáticos de maneiras mais dinâmicas e significativas. Ao combinar os recursos tecnológicos com as práticas pedagógicas adequadas, é possível enriquecer o processo de ensino-aprendizagem e promover uma compreensão mais profunda da Matemática. A falta de conhecimento e suporte dos alunos em relação ao uso das tecnologias digitais é um entrave significativo. Nem todos os estudantes possuem a habilidade necessária para utilizar essas ferramentas, e muitos não

contam com o apoio adequado de suas famílias para desenvolver esse conhecimento. Essa falta de familiaridade e suporte pode aprofundar ainda mais as desigualdades existentes no contexto educacional. É fundamental buscar soluções que garantam o acesso equitativo às tecnologias e oferecer suporte adequado aos alunos para que possam aproveitar plenamente os recursos digitais disponíveis. Ações como capacitação dos alunos, parceria com as famílias e investimentos em infraestrutura são fundamentais para minimizar essa desigualdade e promover uma educação inclusiva e igualitária.

Sousa e Alves (2022) destaca que o seu estudo indica que os professores de Matemática precisam diversificar as estratégias de ensino na Educação Básica. O método tradicional de resolução de questões e o uso do livro didático não são o bastante para que os alunos compreendam os cálculos algébricos e busquem o sentido dessa matéria.

## 2.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Ao utilizar as tecnologias digitais no ensino de matemática, os educadores podem criar ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e interativos, possibilitando que os alunos explorem conceitos matemáticos de maneiras diferentes e envolventes. As tecnologias podem ajudar os estudantes a visualizar e manipular objetos matemáticos, realizar cálculos complexos, experimentar cenários hipotéticos e resolver problemas de forma mais prática e concreta.

A integração de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no contexto educacional tem sido uma proposta cada vez mais discutida e adotada por educadores ao redor do mundo. Essas tecnologias incluem recursos como computadores, tablets, smartphones, softwares educacionais, plataformas online e outras ferramentas digitais. Conforme KENSKI e MORAN (2008) entende-se que a simples introdução das tecnologias digitais no ambiente educacional não é suficiente para garantir a melhoria da qualidade dos processos de ensino-aprendizagem.

É necessário, plenamente, fornecer aos professores as condições necessárias para que possam adaptar suas aulas de acordo com as demandas em constante evolução da educação. À medida que a sociedade muda, novas abordagens de ensino e aprendizagem surgem, e os educadores precisam estar

preparados para enfrentar esses desafios. De outra forma, ocorrerá o que Demo (2009, p. 62) descreve: “...vinho novo em garrafa velha, como é o caso mais que típico do uso das tecnologias mais avançadas para melhorar a aula instrucionista”.

Considerando a sociedade da informação em que vivemos, o papel do professor de Matemática vai além da simples transmissão de conhecimentos. Ele deve atuar como mediador do ensino, utilizando recursos da informática para promover uma contribuição efetiva no processo educacional. Isso implica em uma mudança na postura do professor em relação aos alunos, tratando-os como protagonistas responsáveis pela aquisição do conhecimento matemático, tanto dentro quanto fora da sala de aula. Segundo Camas (2013), enfatiza que:

[...] o uso das tecnologias digitais aumenta o número de informações disponíveis e novas formas de comunicação podem ser introduzidas no sistema escolar. Entretanto, a qualidade desta comunicação e a transposição das informações em conhecimento são dependentes da mediação feita pelo professor das metodologias dialogadas pelas instituições educacionais (professores, gestores, alunos e comunidades pertencentes à escola) na realização desta nova forma de fazer educação. (CAMAS, 2013, p.13)

Para Sandholtz, Ringstaff e Dwyer (1997, p.174),

A tecnologia é vista como um catalisador e uma ferramenta que reativa a empolgação de professores e alunos pelo aprender e que torna a aprendizagem mais relevante ao século XXI. Mas a tecnologia é utilizada de forma mais poderosa como uma ferramenta para apoiar a indagação, composição, colaboração e comunicação dos alunos. Ao invés de ser ensinada separadamente, a tecnologia deveria ser integrada na estrutura instrucional e curricular mais geral. Os alunos precisam de um acesso adequado à tecnologia, incluindo máquinas na sala de aula e recursos portáteis adicionais que possam ser compartilhados entre as classes. A tecnologia é melhor aprendida no contexto de tarefas significativas.

Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 13) “o ensino híbrido é uma abordagem pedagógica que combina atividades presenciais e atividades realizadas por meio das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs)”. Desse jeito, neste formato de ensino planeja-se desenvolver um aluno com características mais independente, ativo e responsável pelo desenvolvimento do seu conhecimento.

Neves e Santos (2021) defende o uso de novas tecnologias na educação e destaca áreas que já as exploram na sociedade como comércio, comunicação, transporte, medicina, entre outros. Sendo que na nossa realidade educacional, em processo de inovação, o quadro e livro didático como base teórica e apoios práticos,

com atividades que flexibilizam com o uso das TDIC como alternativa para substituição de laboratórios. Aborda esse estudo em atividades experimentais para o ensino de Química e o PHET como aliado, baseando-se nos princípios aqui adotados para este estudo, com a finalidade de analisar as potencialidades da realização de experimentos mediados pelas TDIC.

Sousa e Alves (2022) no seu artigo destaca a importância de planejar aulas que permitam aos alunos serem protagonistas em sua aprendizagem, usando recursos que promovam reflexão e compreensão em matemática. Ele enfatiza a utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) para desenvolver habilidades em Trigonometria, proporcionando estratégias de resolução. O artigo descreve duas práticas pedagógicas, que demonstram um modelo de ensino remoto, utilizando as TDIC para a criação de aulas dinâmicas e interativas, visando estimular a autonomia dos alunos e apoiar os professores no ensino de Razões Trigonométricas na Circunferência.

O estudo foi realizado com estudantes do 2º Ano do Ensino Médio em uma escola pública no interior do Ceará, Brasil, durante maio e junho de 2021. As aulas foram conduzidas através da plataforma online "Google Meet". Para proporcionar aulas eficazes, foram empregadas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) como o software GeoGebra, Kahoot, slides animados, a lousa digital Whiteboard, PhET, sites educacionais e aplicativos de mensagens como o WhatsApp. Essas ferramentas contribuíram para a estruturação e organização das aulas.

Segundo Santos, Rosa e Bulegon (2021) nos seus estudos destaca o papel essencial das TDIC na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Médio, especialmente nas áreas de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. A utilização das TDIC é enfatizada como meio para comunicar descobertas científicas por meio de diversas mídias e contextos, além de incentivar a habilidade dos estudantes em selecionar fontes e informações confiáveis. Na área de Matemática, a BNCC reconhece o valor das tecnologias digitais como apoio, incorporando o uso de softwares, aplicativos e linguagem de programação para o desenvolvimento de habilidades e compreensão conceitual. As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) possuem um grande potencial para enriquecer várias atividades em diversas áreas do conhecimento, contribuindo significativamente para desenvolvimento dos conceitos abordados em sala de aula.

Entre as TDIC, a Inteligência Artificial, a Realidade Aumentada e os jogos digitais na Gamificação emergem como temáticas de destaque, promovendo a compreensão de conceitos e o desenvolvimento de Competências e Habilidades em diferentes campos do aprendizado.

### 2.3 AS FERRAMENTAS TECNOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Diante da pandemia do Novo Coronavírus, vários setores, incluindo o campo educacional, passaram por intensas transformações em sua maneira de operar devido ao isolamento social imposto pela crise global. Com o propósito de minimizar os impactos causados pela paralização das aulas presenciais, o ensino remoto foi implementado de forma emergencial nas escolas, utilizando tecnologias para dar continuidade ao ano letivo e às atividades escolares (Arruda, 2020).

Conforme Perrenoud (2000, p. 126) uma das competências básicas para ensinar é a utilização de novas tecnologias na educação. O professor precisa buscar e utilizar diferentes recursos tecnológicos no contexto educacional. O uso de planilhas, por exemplo, permite ao professor criar materiais didáticos de qualidade, como construção de gráficos e tabelas, adequando-os aos objetivos do ensino. Além disso, a utilização de programas e ferramentas multimídia oferece oportunidades para enriquecer a experiência de aprendizagem dos alunos, tornando-a mais interativa e envolvente.

Os softwares, aplicativos e simuladores educacionais têm como objetivo facilitar o processo de aprendizagem, tornando o ensino mais rápido e eficiente. Essas ferramentas tecnológicas criam um ambiente de sala de aula mais atrativo e dinâmico, permitindo que os alunos estabeleçam conexões entre o conteúdo abordado e suas experiências do dia a dia. Sobre essa relação, Oliveira *et al.* (2009) afirma que como um dos caminhos para se aprender matemática, o educador é decisivo no processo de melhoria, buscando a tecnologia da comunicação que possibilita o desenvolvimento de um aluno transformador e modificador do meio em que vive.

Segundo Silva e Batista (2015) os aplicativos educacionais abrangem tanto aqueles desenvolvidos especificamente para fins educacionais quanto aqueles projetados originalmente para outros propósitos, mas que podem ser adaptados para o uso pedagógico. Essa diversidade de aplicativos oferece aos professores

uma ampla gama de recursos para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem.

Também Sousa e Alves (2021) enfatiza uma abordagem dos recursos tecnológicos, como ferramentas indispensáveis e com acessos para todos ao meio educacional: software GeoGebra, Kahoot, slides animados, a lousa digital Whiteboard, PhET, sites educacionais e aplicativos de mensagens como o WhatsApp. Todos esses recursos são ferramentas de livres acessos, podendo ser incorporados como meios de aulas dinâmicas e assim aumentando a atenção e interesse do aluno ao tema proposto. Aulas menos cansativas, em trabalhos com alternância, naquilo que o estudante deste século busca no seu aprendizado.

Ventura e Gomes (2021) destaca que o uso crescente das tecnologias digitais tem impulsionado o desenvolvimento de métodos de ensino e softwares educativos para serem aplicados em sala de aula. Nesse cenário, os educadores têm o papel crucial de se atualizarem constantemente para selecionar e empregar softwares que estejam alinhados com suas abordagens metodológicas e com as políticas educacionais em vigor. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece os objetivos de aprendizagem em cada nível de ensino, destaca a importância de se compreender, usar e criar tecnologias digitais como forma de promover o desenvolvimento integral dos alunos. Isso contribui para a formação de uma sociedade mais crítica, ética, reflexiva e preparada para os desafios do mundo profissional.

Em sua pesquisa, Ventura e Gomes (2021) objetiva “Identificar, categorizar e discutir os softwares educacionais para o ensino de Matemática”. **1-** Jogos Tradicionais: Xadrez, Sudoku, Tangrame Torre de Hanói; **2-** Jogos Inovadores: Rei da Matemática e TuXMAth; **3** - Softwares para o desenvolvimento do pensamento computacional: SprinteBox, Lightbot, Scratch; **4** - Softwares de operações algébricas e construções geométricas: MyscriptCalculator 2, PhotoMatch, Geogebra. Os autores relacionaram e descreveram suas aplicabilidades e vantagens para o ensino da matemática.

## 2.4 CONTRIBUIÇÕES DO SIMULADOR PHET PARA O ENSINO

As simulações podem servir como apoio para as aulas tradicionais. De acordo com Arantes, Miranda e Estudart (2010) algumas simulações permitem que gráficos sejam construídos em tempo real, à medida que o professor interage com elas. Recomenda-se que o professor apresente questões prévias para explorar diferentes concepções do conteúdo em questão. Após a interação com a simulação, os alunos podem revisar suas respostas prévias e as conclusões podem ser registradas durante a aula. De acordo com o PhET, essa abordagem promove a construção de hipóteses e teorias em conjunto entre os alunos e o professor, o que é considerado uma vantagem durante as aulas.

Segundo Feitosa e Lavor (2020), que fez um artigo investigativo para a Física, demonstrou que, ao longo do processo, a motivação e interação dos participantes com a simulação foram notáveis. Cerca de 80% comprovaram satisfação, os demais parcialmente satisfeitos com o roteiro e aprendizagem, o que foi evidenciado pelas notas na avaliação. Isso destaca a conexão entre conteúdo, aluno e professor, indicando que os objetos de aprendizagem são importantes na construção do conhecimento

Sousa e Alves (2022) demonstraram em seu trabalho que, com a pandemia Covid-19, foi de extrema importância adotar recursos que auxiliem o professor no processo didático, extrapolando as medidas tradicionais de ensino, elevando-se a aula dinamizada com apoio do PhET. E deixam de forma conclusiva que este recurso potencializa o desenvolvimento do raciocínio matemático, e como fator determinante ele gera um papel socializador importante para o aluno na sala de aula.

O Estudante pode interagir com um conceito dado em sala de aula e após aprendizagem com o uso do simulador, praticar em casa.

É uma estratégia em que o aluno pode visitar a simulação de forma livre ou a partir de um roteiro proposto pelo professor. Além disso, pode ser utilizada para introduzir um novo tópico, ou como um aprofundamento do conteúdo discutido em sala de aula oferecendo assim a oportunidade de que o aluno explore a simulação depois da aula presencial (ARANTES; MIRANDA; ESTUDART, 2010, p. 29).

Tabela 1- Relação dos temas dentro da Matemática abordados, com seus respectivos números de simulações, disponíveis no site da PhET. O número indica a quantidade de simulações que abordam o respectivo tema

Tema	Número de Simulações
Área	5
Aritmética	2
Estimativa	1
Expressão	1
Fração	5
Função	3
Fourier	1
Gráfico	8
Grandezas e medidas	2
Igualdade	4
Integral e Derivada	1
Matemática Financeira	1
Número Inteiro	2
Período e Frequência	3
Probabilidade	1
Razão e Proporção	4
Trigonometria	1
Vetor	3

Fonte: Silva e Lorrany (2022, p. 8).

Conforme o estudo de Silva e Lorrany (2022), ao acessar a plataforma, é possível encontrar uma lista de simulações para diferentes disciplinas. Além de disponibilizar programas para download ou incorporação, a plataforma também oferece diversas possibilidades de uso em sala de aula. No caso da disciplina de Matemática, foram encontradas 48 simulações no momento da análise para este trabalho. Vale ressaltar que esse número pode variar, pois novos programas são adicionados periodicamente. Embora a plataforma não possua simulações para todas as áreas da Matemática, isso não diminui sua importância como um recurso de apoio para os professores.

Os autores Silva e Lorrany (2022) afirmam que a abordagem com recurso PhET adota uma metodologia ativa, permitindo que os alunos explorem, pensem,

experimentem e trabalhem em equipe. Isso os capacita a fazer conexões por conta própria através do uso do simulador, enriquecendo o trabalho colaborativo e estimulando discussões sobre o conteúdo estudado.

Os simuladores virtuais são reconhecidos como uma alternativa de ensino proporcionada pelo uso do computador ou aplicativos. De acordo com Silva, Nabozny e Freire (2013), esses programas têm o potencial de serem ferramentas pedagógicas poderosas, promovendo maior engajamento dos alunos durante as aulas. Contudo, apesar dos benefícios que oferecem, ainda há uma falta de adoção generalizada por parte dos professores.

Segundo Silva, Nabozny e Freire (2013), as simulações têm o potencial de reforçar e consolidar os conhecimentos adquiridos pelos estudantes, bem como de desenvolver conceitos que podem não ser vivenciados no dia a dia deles. Essas simulações podem suprir a falta de recursos e equipamentos laboratoriais, permitindo que os alunos construam um repertório de conceitos com base em suas observações no simulador.

De acordo com Silva *et al.* (2023), eles enfatizam que o simulador sendo executado de forma planejada, atende às necessidades pré-estabelecidas, sendo benéfico para compreensão do conteúdo aplicado (conceitos geométricos com recursos visuais), desenvolvendo um saber mais dinâmico. Os autores utilizaram esse recurso para fixação de áreas de Figuras Planas, no qual desafiou os estudantes a pensarem em construções geométricas e identificar o valor da área desejada. Foram expostos exemplos e soluções de exercícios para melhor formação do estudante.

Jesus Sobrinho e Oveira (2023), no estudo realizado, demonstra preocupação com a falta de laboratórios de Física nas redes públicas de educação, realizando um estudo investigativo do uso de laboratório virtual, onde especifica claramente o simulador PhET como alternativa. E concluiu positivamente a compreensão dos conteúdos se tornam mais leves e benéficos para aprendizagem. Com o apoio dessa tecnologia, a abstração foi minimizada, aumentando o grau de satisfação e interesse do estudante.

E conforme Reis e Rehfeldt (2019), as simulações PhET foram desenvolvidas com o objetivo de auxiliar o envolvimento dos alunos em Ciências e Matemática. Elas seguem princípios que incluem incentivar a investigação científica, fornecer interatividade, visualizar conceitos abstratos, utilizar diferentes representações

(como objetos em movimento, gráficos, números etc.), estabelecer conexões com o mundo real, orientar implicitamente os usuários durante a exploração e ser flexíveis para uso em diversas situações educacionais. Essas simulações visam promover uma aprendizagem mais efetiva e engajadora nessas disciplinas.

E os autores Reis e Rehfeldt (2019) afirmam que os resultados da pesquisa demonstraram que os alunos obtiveram uma boa aceitação ao trabalhar com as atividades que utilizaram a ferramenta PhET. Isso pode ser atribuído ao fato de que a ferramenta proporciona estímulos que os motivam a aprender. Os autores aplicaram o simulador na área de matemática com intuito de investigar sua eficácia para um modelo de aula proposto. E como sugestão uma ferramenta de apoio, ou alternativa para diversificar a metodologia.

### 3 METODOLOGIA

A proposta foi verificar o desempenho dos 32 alunos (Dividindo em 4 grupos com 8 alunos cada), analisando os resultados dos grupos:

- Controle: avaliados sem uso dos métodos Tradicional e com Aplicativo. Considerando a base dos anos anteriores.
- Apenas Tradicional (AT): Aplicação de aula expositiva tradicional com uso de papel milimetrado, régua.
- Apenas Aplicativo (AA): O participante utilizou o celular para simular o aprendizado.
- Intervenção Tradicional com Aplicativo (AT + AA): A aula foi feita de forma Tradicional e depois verificada com o uso Aplicativo.

A pesquisa começou no mês de maio de 2023, durou 4 semanas e todas as fases (controle, apenas tradicional, apenas aplicativo e tradicional com aplicativo) foram conduzidas pelo autor deste trabalho.

A Tabela 2 apresenta os grupos, a especificação de cada grupo e o número de alunos.

Tabela 2– Total de alunos por turma e número de participantes

<b>GRUPO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>NÚMERO DE ALUNOS</b>
1	CONTROLE	8
2	AT	8
3	AA	8
4	AT+AA	8

Fonte: autoria própria com base na pesquisa

A pesquisa foi realizada no mês de maio de 2023, com 4 turmas do 8º ano do ensino Fundamental 2 de uma escola particular localizada no município de Campos dos Goytacazes do Estado do Rio de Janeiro. Participaram 32 (Trinta e dois) alunos, com o intuito de ser avaliada a aplicação de uma avaliação, contendo seis questões referente ao assunto de sistemas de equações do primeiro grau. Os tópicos foram divididos em níveis de dificuldades fácil, médio e alto.

A avaliação (APÊNDICE A) foi elaborada para medir o conhecimento sobre o tema Sistema de Equações do primeiro grau com ênfase pelo método gráfico. Contém seis questões discursivas sobre o tema. As questões estão de acordo com os problemas disponíveis em livros didáticos. E todas as questões foram utilizadas nas aplicações dos 4 grupos, mantendo-se a distribuição e o grau de dificuldade.

A intervenção aconteceu nas salas de aulas das devidas turmas, com o uso do quadro branco e marcadores coloridos (Para aula Tradicional) e Uso de aplicativo em celulares ou computadores nas salas de informática. Os alunos estavam organizados em filas, cada um de posse de seu próprio material e recurso.

Foram coletadas as notas dos históricos escolar, e as médias dos estudantes em Matemática do último ano (2022), e para análise das médias foi feita com o teste Tukey.

Os resultados das avaliações foram organizados em planilha conforme APÊNDICE B. para os dados estarem distribuídos conforme padrão para o estudo, assim realizando as análises das comparações das médias com o teste Tukey.

### 3.1 SEQUÊNCIA AULA COM RECURSO TECNOLÓGICO

O objetivo da aula com recurso tecnológico não é apenas utilizar a tecnologia por si só, mas sim usá-la como uma ferramenta que de contribuição para os objetivos de aprendizagem específicos da aula e promover uma experiência de aprendizagem mais significativa e envolvente para os alunos.

#### 3.1.1 Apresentação inicial

Uma visão geral do tópico “Sistema de Equações do 1º grau”; apresentação do recurso tecnológico PhET e explicação de como ele se relaciona com o tema

estabelecendo os objetivos de aprendizagem e como o recurso tecnológico auxiliará os alunos.

Realizado uma demonstração prática do recurso tecnológico, mostrando aos alunos como utilizá-lo. Posteriormente feita uma explicação das principais funcionalidades do recurso.

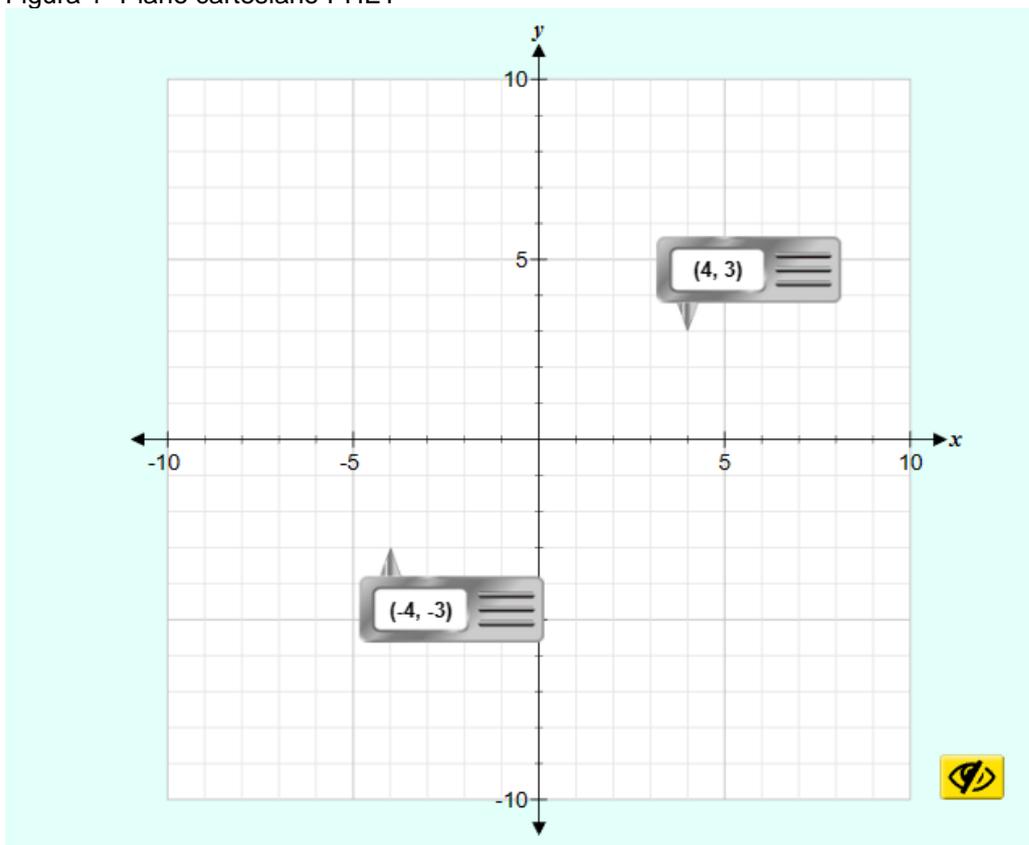
Apresentado alguns exemplos de uso e como pode facilitar o aprendizado e a compreensão do conteúdo.

### **3.1.2 O plano cartesiano no PhET**

- a) Demonstração do conceito de plano cartesiano, explicando como ele é usado para representar pontos e localizar posições em um sistema de coordenadas. Discutido a importância do plano cartesiano em diversas áreas, como matemática, física, geometria, entre outras.
- b) Demonstração da simulação ensinando o acesso ao site do PhET ([phet.colorado.edu](http://phet.colorado.edu)) e mostrando o caminho para o ícone “Traçando Retas”.
- c) Demonstrada a simulação em um projetor, explicando as ferramentas e recursos disponíveis.
- d) como identificar os pontos (figura 01: plano cartesiano) no plano cartesiano, como desenhar retas e como alterar as coordenadas dos pontos.

Para a aula com aplicativo PhET (Figura 1), explorado através da simulação, conceito de coordenadas, manipulando os pontos. Foi solicitado aos alunos para fornecer as coordenadas de diferentes pontos, e posteriormente demonstrar visualmente a localização. Os alunos participaram de forma dinâmica, arrastando os pontos, e assim confirmaram a proposta demonstrando às devidas conclusões.

Figura 1- Plano cartesiano PHET



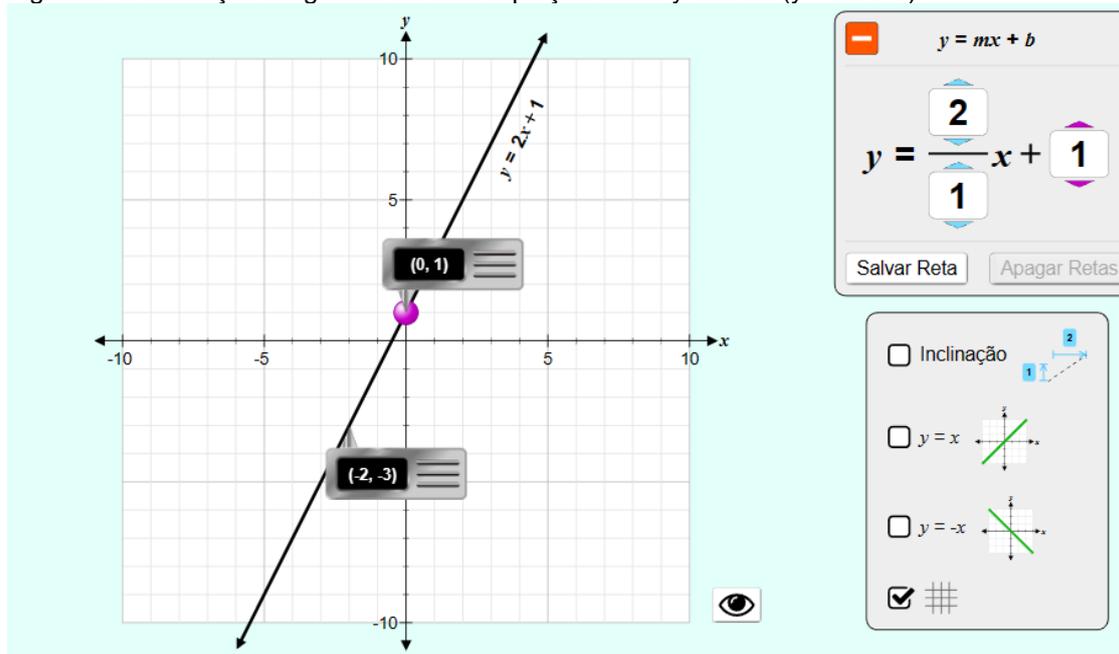
Fonte: Próprio autor, 2023.

### 3.1.3 Construção do gráfico de equação com duas incógnitas no PHET

No PhET Interactive Simulations, você pode encontrar uma simulação chamada “Traçando Retas “que permite traçar gráficos de equações lineares com duas incógnitas.

Na simulação, foi feito um exemplo (Figura 2) digitando a equação  $y = 2x + 1$ . A simulação automaticamente apresentou o gráfico da equação na grade. Você pode interagir com o gráfico arrastando e explorando diferentes valores.

Figura 2- Construção de gráfico de uma equação linear  $y=mx +b$  ( $y = 2x + 1$ )

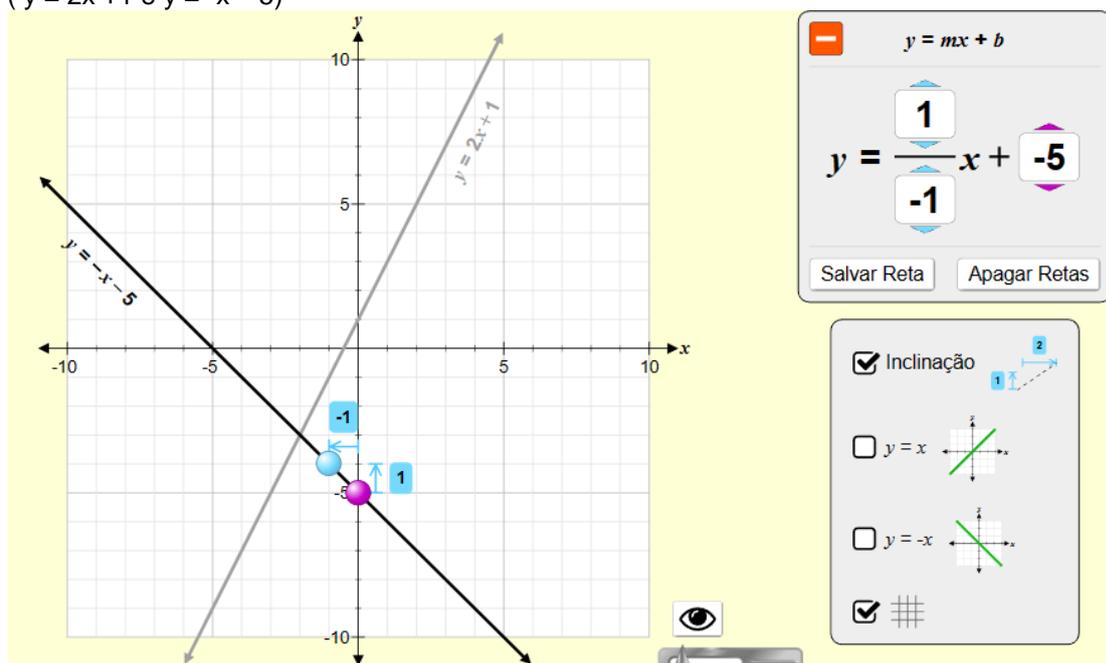


Fonte: Próprio autor, 2023.

### 3.1.4 Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema possível e determinado

Para traçar mais de uma equação no mesmo gráfico, basta salvar o gráfico anterior (Figura 2) e posteriormente digitar a segunda equação  $y = -x - 5$  na caixa de entrada. O gráfico das duas equações será exibido simultaneamente na grade. (Figura 3).

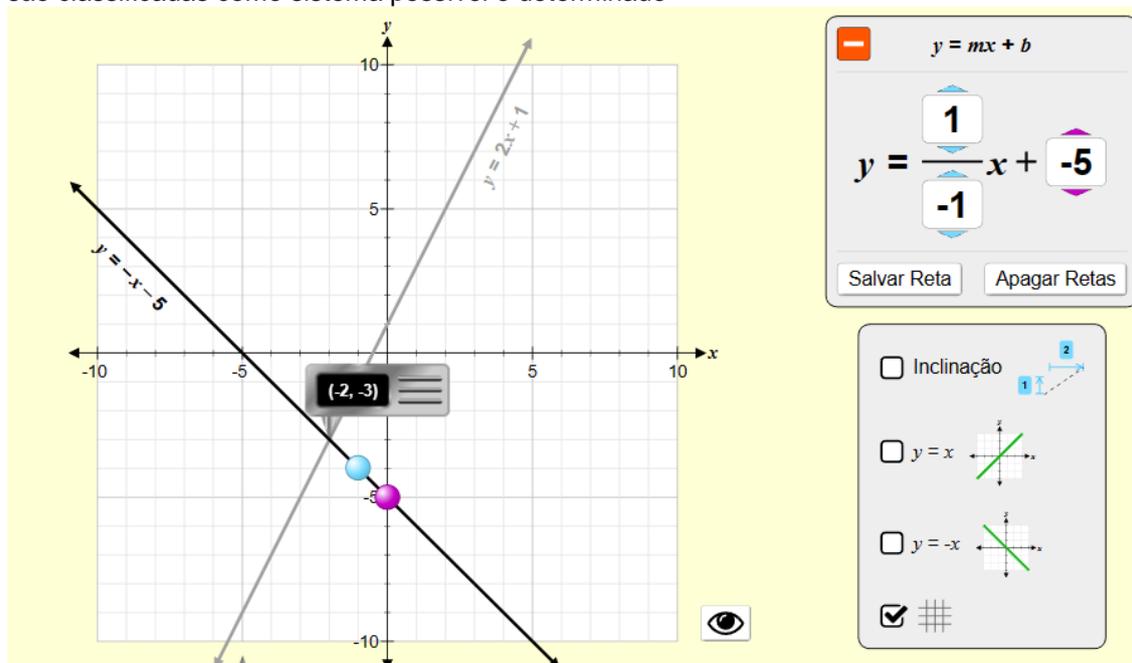
Figura 3 – Construção de gráfico com duas equações lineares com duas incógnitas  $y = mx + b$  ( $y = 2x + 1$  e  $y = -x - 5$ )



Fonte: Próprio autor, 2023.

Neste o momento o estudante pode perceber que os dois gráficos se interceptam em único ponto;

Figura 4- Gráfico apresentando as coordenadas (-2 e -3) indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema possível e determinado

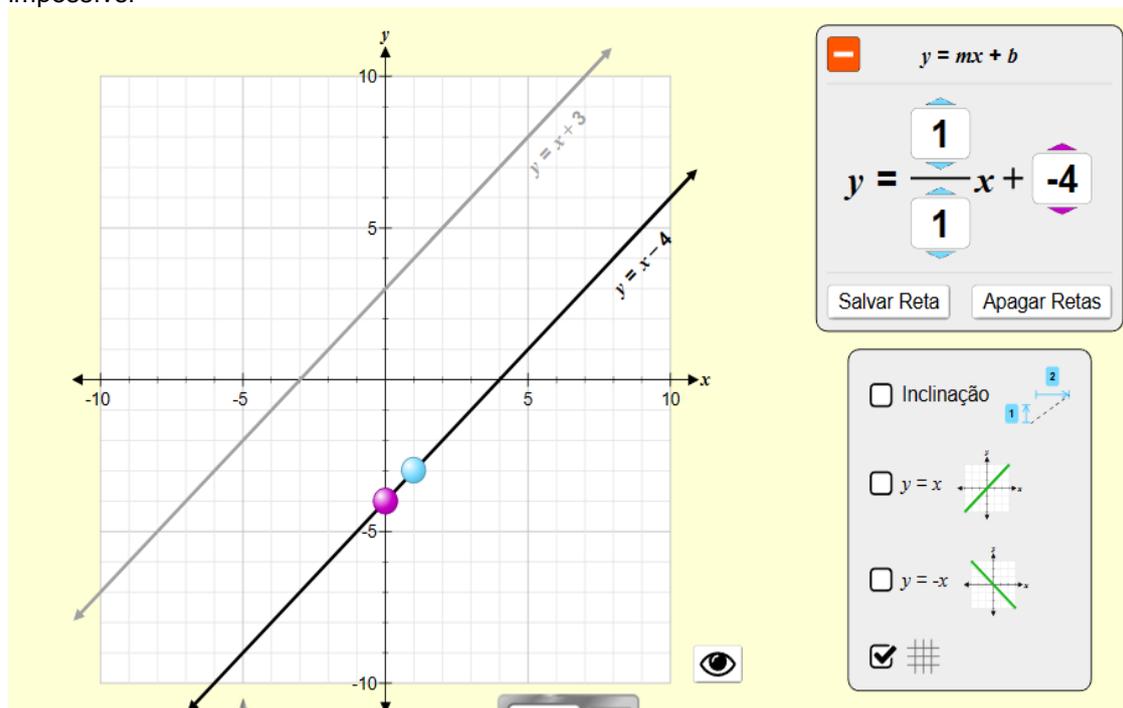


Fonte: Próprio autor, 2023.

Na figura 4, foi identificada a coordenada que representa a solução para as duas equações exemplificadas. E definido graficamente que as duas equações são classificadas como Sistema Possível e Determinado

### 3.1.5 Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema impossível

Figura 5 – Gráfico indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema impossível



Fonte: Próprio autor, 2023.

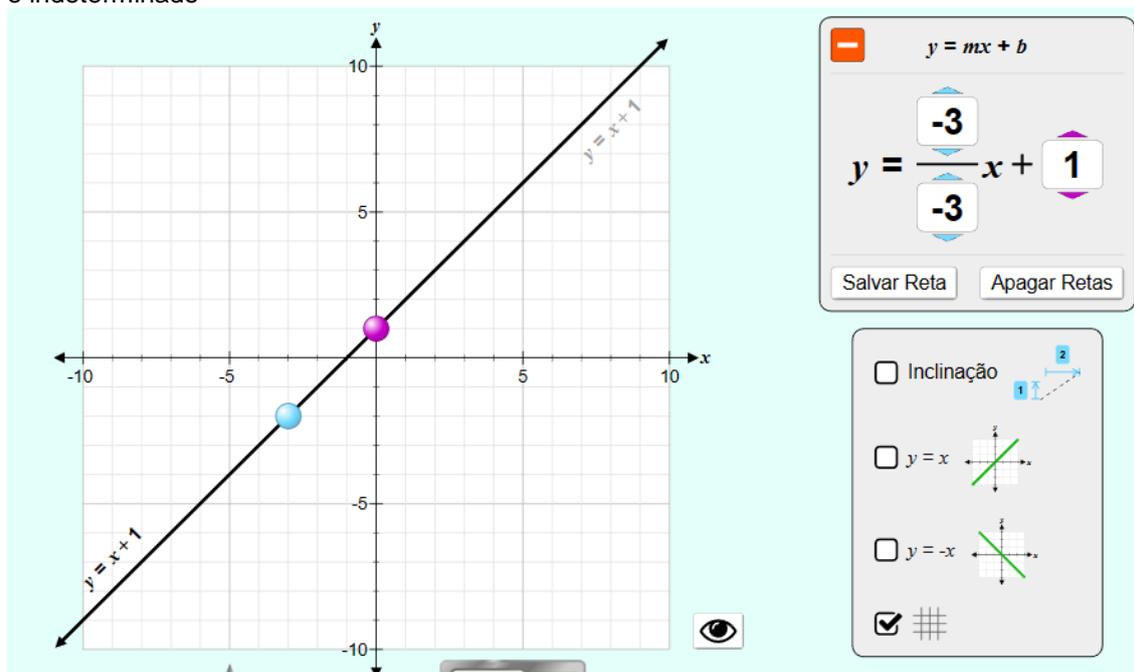
A classificação de um sistema como impossível (figura 5) é uma importante informação para os matemáticos, pois indica que não é necessário prosseguir com a busca por uma solução e que o sistema não possui nenhum ponto de interseção entre as suas equações. Ou seja, são retas paralelas, e nunca se encontram.

### 3.1.6 Construção do gráfico de duas equações com duas incógnitas no PHET – sistema possível e indeterminado

Um sistema de equações é considerado possível e indeterminado (figura 6) quando possui infinitas soluções que satisfazem todas as equações simultaneamente. Nesse caso, as equações são compatíveis entre si, mas não é possível determinar uma única solução específica.

Ao resolver um sistema possível e indeterminado, é comum se encontrar variáveis que podem ser expressas em termos de outras variáveis. Essas relações entre as variáveis resultam em múltiplas soluções que atendem a todas as equações do sistema.

Figura 6 – Gráfico indicando que as duas equações lineares são classificadas como sistema possível e indeterminado



Fonte: Próprio autor, 2023.

## 3.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA TRADICIONAL

Para o ensino Tradicional, foi explorada aula expositiva, em que foi traçado o plano cartesiano de forma manual e apresentado todo procedimento, e posteriormente foi solicitada a construção do plano cartesiano de forma em papel

milimetrado. Os alunos indicaram os pontos de coordenadas estabelecidos por eles e posteriormente especificando os pontos no plano.

Para o método “Tradicional” “construir um gráfico de uma equação com duas incógnitas, foi feito um passo a passo para o aluno, antes de demonstrar com recurso tecnológico.

**Passo 1:** Escolha uma equação: Selecione uma equação com duas incógnitas que você deseja representar graficamente. Por exemplo, vamos usar a equação linear simples  $y = 2x + 1$ .

**Passo 2:** Escolha os valores de x: Decida quais valores de x você deseja usar para construir o gráfico. Por exemplo, você pode escolher  $x = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  e 5. Esses valores irão determinar os pontos do gráfico.

**Passo 3:** Calcule os valores correspondentes de y: Para cada valor de x escolhido, substitua-o na equação e calcule o valor correspondente de y. Usando a equação  $y = 2x + 1$ , se  $x = -5$ , então  $y = 2*(-5) + 1 = -9$ . Repita esse processo para cada valor de x escolhido.

**Passo 4:** Registre os pontos: Faça uma tabela registrando os pares ordenados (x, y) que você calculou. Por exemplo:

X	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

**Passo 5:** Construa o gráfico: Use os pares ordenados (x, y) da tabela para construir o gráfico. Marque cada ponto no plano cartesiano com as coordenadas correspondentes. Por exemplo, para o par ordenado (-5, -9), localize o ponto (-5, -9) no plano cartesiano.

**Passo 6:** Conecte os pontos: Uma vez que você tenha marcado todos os pontos, conecte-os com uma linha reta. Isso representará o gráfico da equação.

**Passo 7:** Personalize o gráfico (opcional): Personalize o gráfico, se desejar, adicionando rótulos aos eixos x e y, um título ao gráfico e uma legenda, se necessário. Isso ajudará a tornar o gráfico mais claro e compreensível.

Para a aula de classificação de sistemas, foram projetados alguns sistemas, onde cada aluno pode concluir, conforme orientação, se os sistemas são possíveis e determinado, possível e indeterminado e impossível.

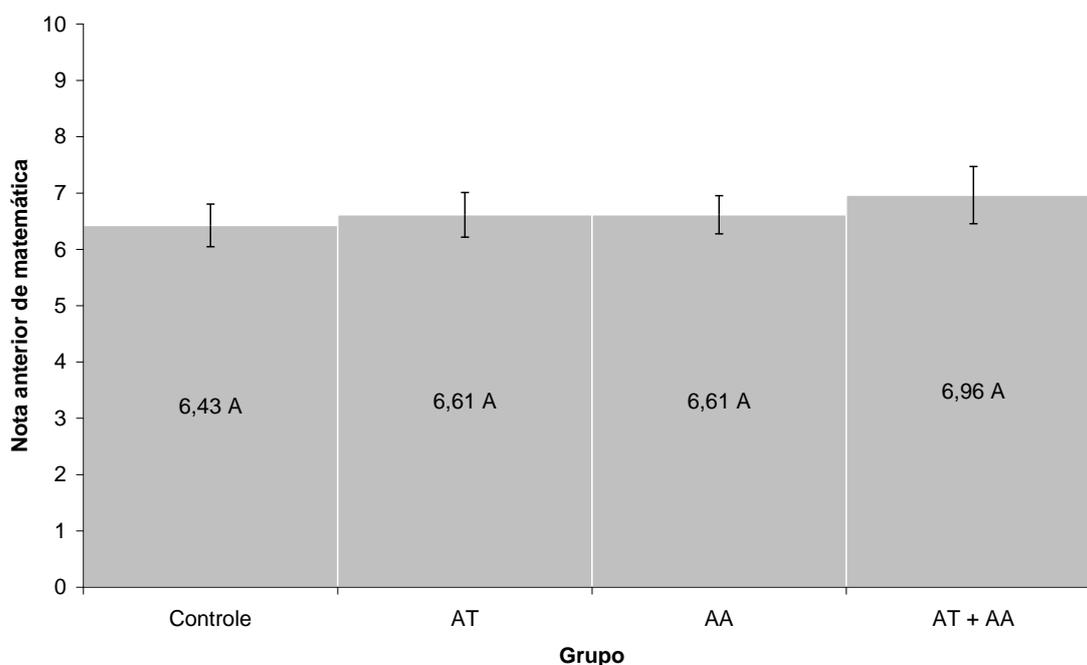
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A maioria dos participantes completou as etapas de grau baixo e médio. Para o grau de dificuldade alto, inclusive o grupo Controle, poucos alunos chegaram nesta etapa de forma a descrever algum tipo de raciocínio

As médias obtidas em cada uma das aplicações pelos 4 grupos estão apresentadas na planilha (APÊNDICE B).

Na Figura 7 são apresentados resultados referentes às médias de matemática dos alunos no período anterior à intervenção.

Figura 7- Notas anteriores de matemática dos alunos nos quatro grupos



Médias seguidas por uma mesma letra não diferem significativamente entre si ao nível de 5% de significância pelo teste de Tukey.

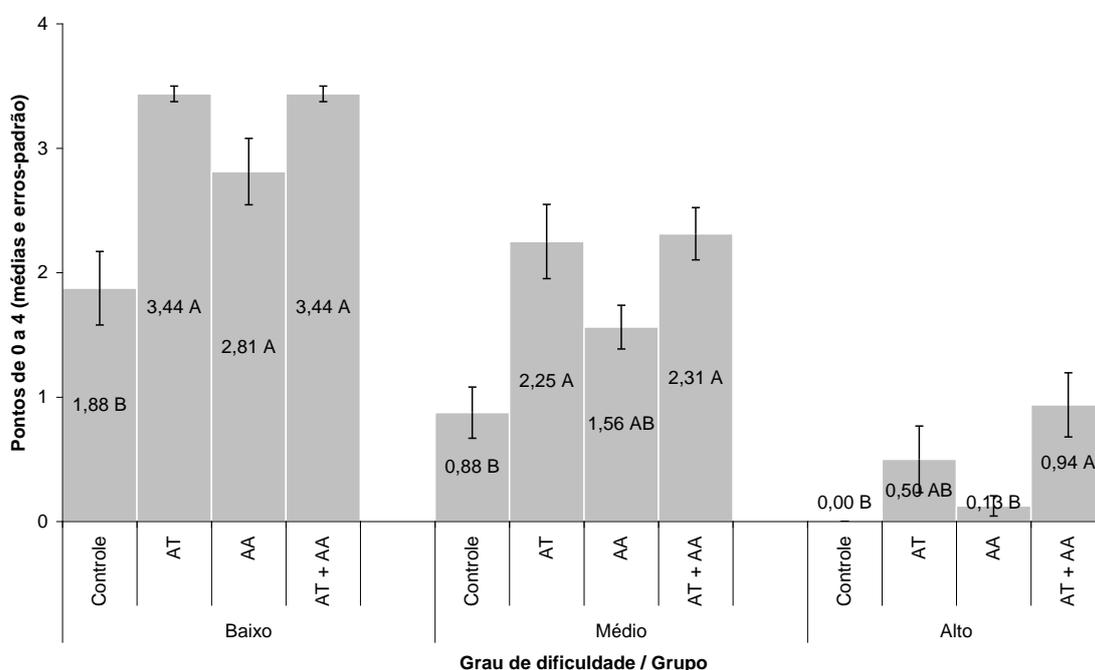
Fonte: Autoria própria com base nos dados coletados.

Com base nas informações fornecidas pela Instituição, os resultados da análise estatística indicaram que não há diferenças significativas nos rendimentos dos estudantes nos quatro grupos. Isso significa que não foram encontradas variações relevantes entre os grupos em relação ao desempenho escolar da disciplina de Matemática do ano anterior.

Assim, é possível afirmar que os quatro grupos são homogêneos.

A Figura 8 representa os resultados dos grupos para cada grau de dificuldade (baixo, médio e alto).

Figura 8– Médias dos 4 grupos em relação ao grau de Dificuldade



Médias seguidas por uma mesma letra não diferem significativamente entre si ao nível de 5% de significância pelo teste de Tukey.

Fonte: próprio autor com base nos dados coletados

Os resultados apresentados para o grau de dificuldade baixo demonstraram que os grupos Apenas Tradicional (AT), Apenas Aplicativo (AA) e Apenas Tradicional com Apenas Aplicativo (AT + AA) não diferiram significativamente quanto aos rendimentos dos estudantes. Por outro lado, esses três grupos apresentaram resultados melhores, significativamente, em relação ao grupo controle, o que indica a eficácia desses três métodos de aula para conferir aos alunos conhecimento quanto ao assunto abordado.

E para o grau de dificuldade médio, não houve diferença significativa nos resultados dos grupos AT, AA e AT+AA. O grupo que teve aula apenas com

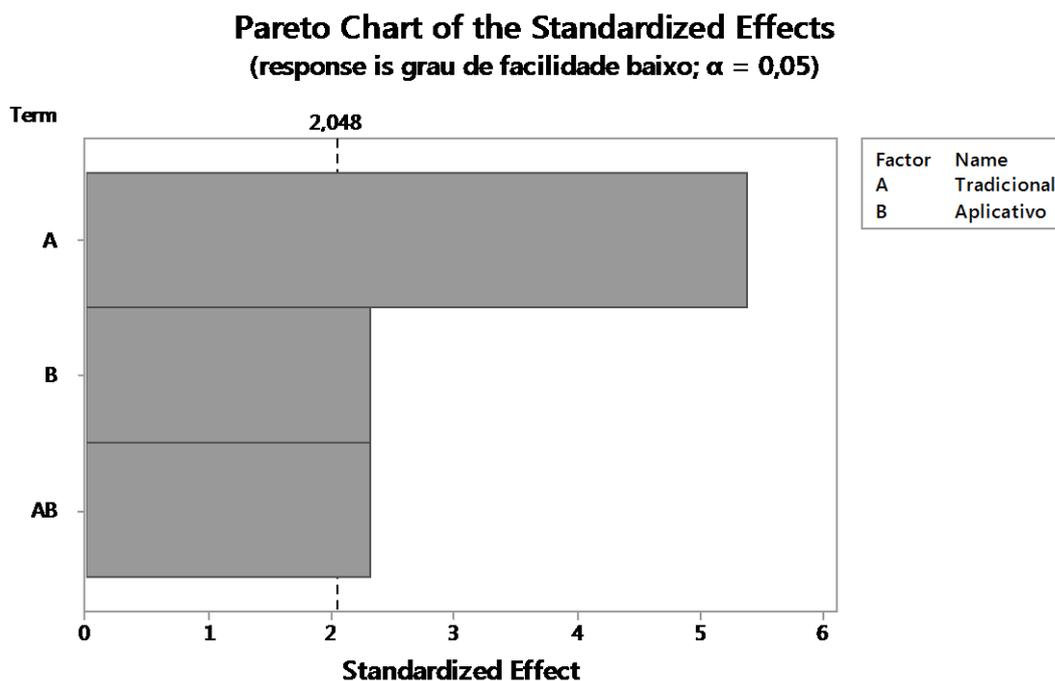
aplicativo também não diferiu significativamente em relação controle. De fato, os grupos que tiveram apenas aula tradicional e com as duas estratégias (aula tradicional + aula com aplicativo) mostraram resultados melhores em relação ao grupo controle.

E para o grau de dificuldade alto, os grupos Apenas Tradicional (AT) e Apenas Tradicional com Apenas Aplicativo (AT + AA), conseguiram resolver e demonstrar um grau de conhecimento de maior relevância, e apresentou melhores resultados significativos em comparação aos outros grupos.

O Grupo Controle, nos três graus de dificuldades, não alcançou a média significativa. Conseqüentemente pela baixa eficiência no resultado, demonstrando baixas habilidades de conhecimentos de anos anteriores para resolver a avaliação.

Na Figura 9 são apresentados os efeitos dos métodos de aula (tradicional, aplicativo e interação) sobre as notas dos alunos no caso das questões de baixo grau de dificuldade.

Figura 9– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade baixo



Fonte: Próprio autor com base nos dados coletados.

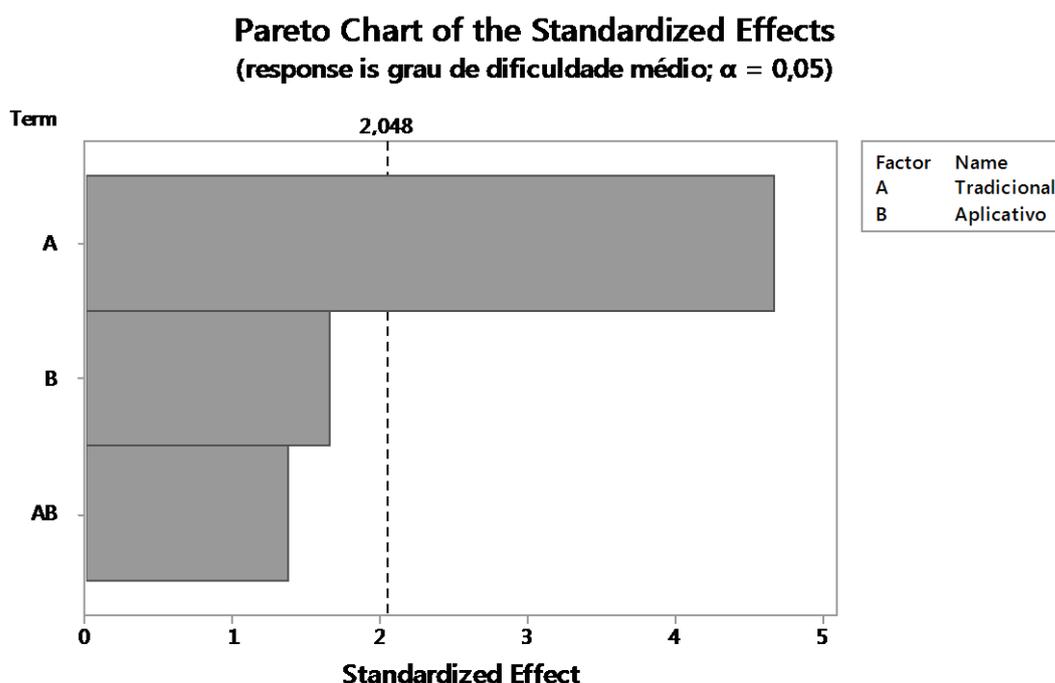
Considerando as questões classificadas como fáceis, os três fatores tiveram efeito significativo sobre a nota dos alunos, sendo que a aula tradicional teve efeito

significativo e maior do que a aula apenas com aplicativo e a interação dos dois fatores.

Pode-se observar que o método Tradicional (A) aplicado para os estudantes do 8º ano representa um nível de variação maior do que os outros grupos de estudos. Os Grupos B (Aplicativo) e AB (Tradicional com Aplicativo) obtiveram resultados significantes, em relação ao desempenho, mas estão abaixo do modelo A.

Na figura 10 é representado o resultado dos alunos na aplicação do grau de dificuldade médio.

Figura 10– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade alto

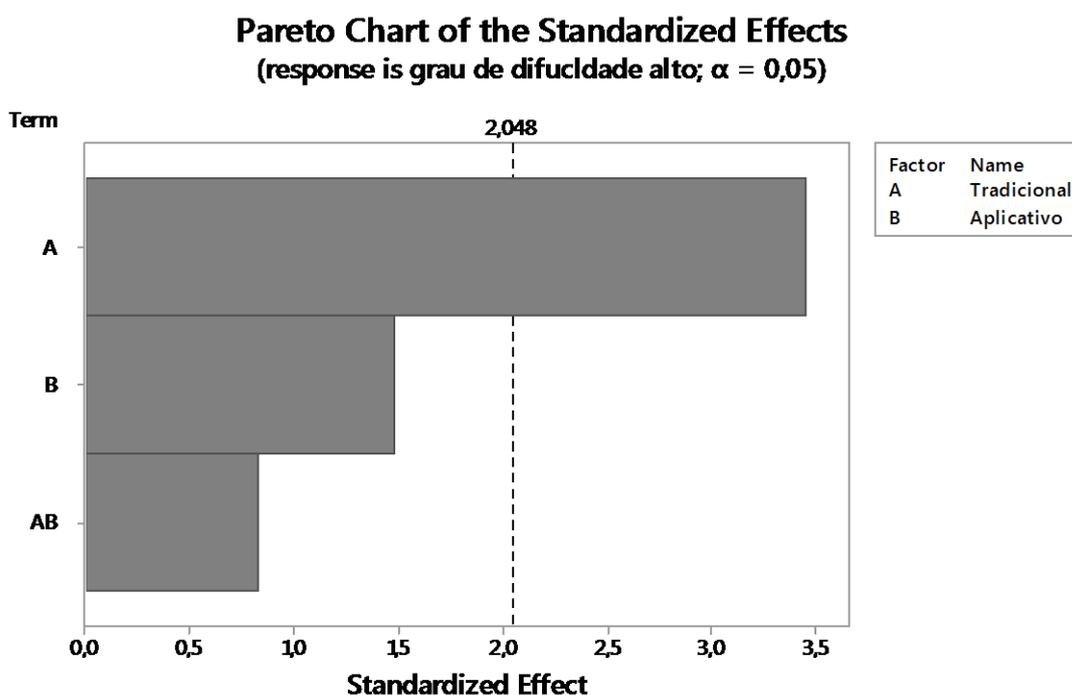


Fonte: Próprio autor com base nos dados coletados

Os resultados apresentados para o grau de dificuldade médio demonstraram que o grupo Apenas Tradicional (A) obteve um efeito significativo quanto aos rendimentos dos estudantes. E os grupos Apenas Aplicativo (B) e Tradicional com Aplicativo (AB) não atingiram efeitos significantes nesta análise. O que indica a eficácia do método Tradicional neste nível.

Na Figura 11 são apresentados os efeitos dos métodos de aula (tradicional, aplicativo e interação) sobre as notas dos alunos no caso das questões de alto grau de dificuldade.

Figura 11– Gráfico indicando os resultados das médias para o grau de dificuldade alto

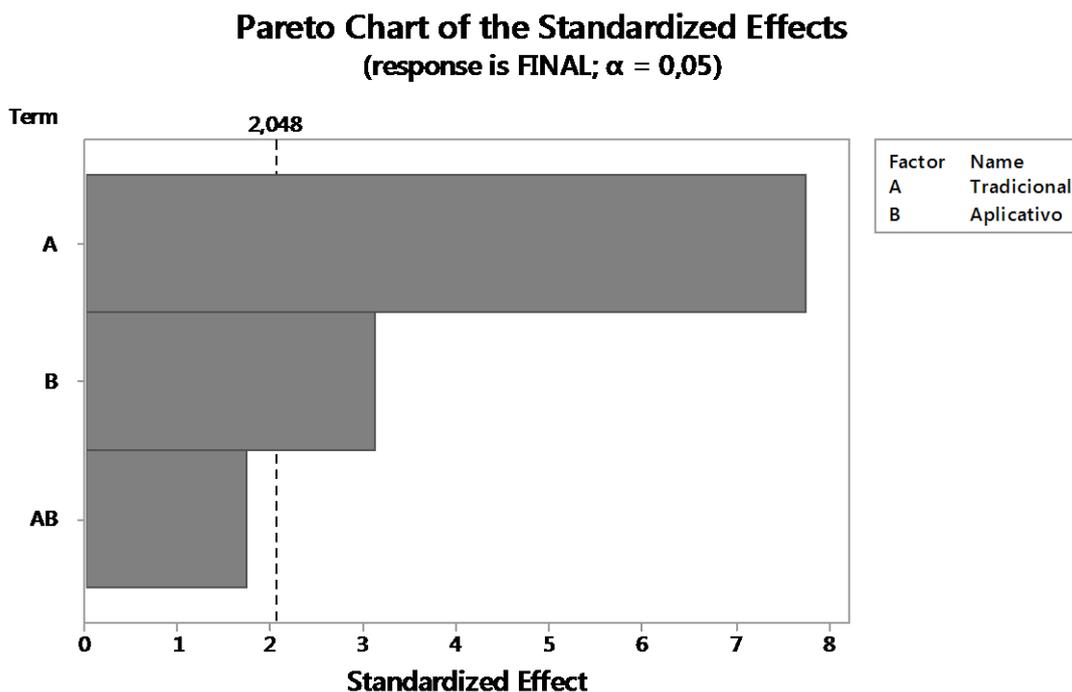


Fonte: Próprio autor com base nos dados coletados.

Para esse grau de dificuldade, o grupo A (Apenas Tradicional) atingiu o efeito significativo, demonstrando que os participantes deste grupo obtiveram maior eficácia no desempenho do que os demais no resultado.

Na figura 12 representa o resultado em relação aos efeitos dos fatores.

Figura 12– Gráfico indicando o resultado final



Fonte: próprio autor com base nos dados coletados.

As aulas com apenas modelo tradicional (A) e com apenas o uso do simulador PhET (B) tiveram efeito significativo em relação aos outros fatores.

O método com aprendizagem com recurso tecnológico PhET teve um desempenho bastante favorável para estudo, comprovando sua eficácia para o aprendizado de sistemas de equações do primeiro grau. Os alunos conseguiram demonstrar um entendimento satisfatório o qual prova que esse recurso pode ser bem aproveitado para a diversidade do ensino.

O Modelo tradicional com aplicativo (AB) para avaliação apresentou significância nas médias, mas no efeito final, perdeu o grau de significância. Isso demonstra que impulsionar os dois métodos em conjunto deve ter uma atenção por conta da formulação do método aplicado quando se trata com modelos com maior dificuldade exigindo mais práticas e aprofundamentos.

As análises dos dados permitiram identificar que usar Simulador PhET para o estudo de sistemas de equações do primeiro grau para o método gráfico é muito interessante e positivo, não somente pela significância estatística, como também pelo interesse demonstrado pelo aluno durante a aula.

E com o intuito de auxiliar a aprendizagem da Matemática nos anos finais do ensino fundamental, especificamente sobre o conteúdo de sistema de equações, e

explorando o visual através das construções dos gráficos, este estudo buscou promover um embasamento teórico à utilização das simulações, visando proporcionar condições que unissem teoria e prática na construção de uma aprendizagem mais significativa em que, após o ensino remoto, foi evidenciada a necessidade de maiores estudos que dinamizassem o processo educativo com suporte tecnológico, que foi muito proposto na educação durante o isolamento social causado pela Covid 19.

A evolução das aulas por meios tecnológicos exige preparos e planejamentos para buscarmos uma maior eficácia com os aplicativos, e neste estudo foi bastante significativo o feedback dos alunos como também no resultado da avaliação proposta. E como defesa deste tema, temos no artigo de Sousa e Alves (2021), em que na abordagem educacional, comparou seu método de ensino convencional, usando quadro e pincel, com uma abordagem que incorporava várias ferramentas tecnológicas. Ao fazer isso, ela observou que a integração das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) aproximou os alunos da compreensão dos conceitos matemáticos, especificamente Razões Trigonométricas na Circunferência, abordados durante a aula. Isso permitiu que os alunos adotassem novas perspectivas de pensamento e ação, tornando o aprendizado da matemática mais significativo.

Assim também Silva e Lorrany (2022) reforça a ideia da tecnologia como apoio ao ensino afirma que o PhET adota uma metodologia ativa, permitindo que os alunos explorem, pensem, experimentem e trabalhem em equipe. E foi esse o resultado que mais me chamou a atenção no propósito desse estudo, pude ouvir dos alunos a necessidade de dar sequências para os temas de matemática com uso de aplicativos. Eles demonstraram maior entendimento e mais ainda, participação durante as aulas.

Comparando o grau de eficácia, no estudo de Jesus Sobrinho e Oliveira (2023), questiona a falta de laboratórios físicos nas escolas e coloca como opção o simulador PhET, no qual pode-se realizar experimentos. E concluiu que seus alunos compreenderam satisfatoriamente a compreensão dos conteúdos e declararam que tornam as aulas mais leves e benéficas para aprendizagem.

Assim, a Matemática deve estar articulada com as propostas pedagógicas que envolvem o aluno em seu aprendizado, pois como descreve Demo (2009, p. 74):

“o aluno não vem para a escola para escutar aula. Vem para reconstruir conhecimento e arquitetar sua cidadania integral”.

Para compreensão de gráficos, um objetivo aqui adotado, percebe-se uma potencialidade na participação dos alunos em sala, no interesse do aprendizado e no resultado satisfatório.

Em resumo, a escolha entre o ensino tradicional e o ensino com recursos tecnológicos depende das preferências e necessidades individuais dos alunos, bem como dos objetivos educacionais. Ambas as abordagens têm suas vantagens e desafios, e muitas vezes uma combinação de métodos pode ser a mais adequada. O importante é buscar uma abordagem que proporcione um ambiente de aprendizagem eficaz, envolvente e adaptado às características e objetivos dos alunos.

No entanto, é importante ressaltar que a integração das tecnologias digitais no ensino da Matemática deve ser realizada de forma criteriosa e planejada. Os educadores devem selecionar os recursos adequados, considerando os objetivos de aprendizagem, o currículo escolar e as necessidades dos alunos. Além disso, é necessário oferecer suporte e orientação aos estudantes, incentivando o uso responsável e ético das tecnologias.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito de elaborar uma situação didática voltada ao ensino de Sistemas de Equações do 1º grau com duas incógnitas foi uma necessidade evidenciada no entendimento desse tema na minha trajetória como professor, e buscar uma didática para explorar o lado investigativo dos estudantes, por meio de simulações no PhET Colorado e método Tradicional conforme as pesquisas e o estudo de caso aqui apresentado, e contribuam para o ensino da Matemática que é essencial para o período que vivemos e principalmente após a pandemia Covid -19.

O estudo reforça que a matemática é essencial com recursos Tradicionais, demonstrando resultados positivos em todas as questões anunciadas e propostas, mas a tecnologia como aula diferenciada, como aula apoio é essencial para a era tecnológica e pelos recursos que temos com acesso à internet e aos aplicativos diversos como opções.

Como sugestão para futuras pesquisas, ao estudar o simulador, o PhET pode ser explorado de várias formas em sala de aula, em disciplinas de Física, Biologia, Química e nos variados temas de Matemática. Uma ferramenta de excelente contribuição para a Educação em sala de aula presencial e virtual.

## REFERÊNCIAS

- ARANTES, Alessandra Riposati; Miranda, Márcio Santos; STUDART, Nelson. Objetos de Aprendizagem no Ensino de Física: usando simulações do PhET. **A Física na Escola**, São Paulo, v. 11, n. 1, p. 27-31, 2010.
- ARRUDA, E. P. Educação remota emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. **EmRede - Revista de Educação a Distância**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 257–275, 2020. Disponível em: <https://www.aunirede.org.br/revista/index.php/emrede/article/view/621>.
- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. (org.) **Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. 270 p.
- BASE Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam G. **Informática na Educação Matemática**. 5. ed. São Paulo: Autêntica, 2016. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- CAMAS, Nuria Pons Vilardell *et al.* Professor e cultura digital: reflexão teórica acerca dos novos desafios na ação formadora para nosso século. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 21, n. 2, p. 179-198, 2013.
- CAMARGOS, Heverton Silva; SOUSA Igreja, Crisllem Lorrany Viturina. O uso do simulador PhET para o ensino da matemática. **DESAFIOS-Revista Interdisciplinar da Universidade Federal do Tocantins**, Palmas, v. 9, n. Especial, p. 4-11, 2022.
- CARVALHO, E. P. N. de; CARVALHO, P. L. de; BARBOSA, L. L. C. The relevance and scenarios of pedagogical supervision in the face of hybrid teaching in the COVID-19 pandemic context in Tocantins. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 10, n. 12, p. e588101221055, 2021. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/21055>.
- DEMO, Pedro. Aprendizagens e novas tecnologias. **Revista Brasileira de Docência, Ensino e Pesquisa em Educação Física**, Goiás, v. 1, n. 1, p. 53-75, 2009.
- FEITOSA, M. C.; LAVOR, O. P. ENSINO DE CIRCUITOS ELÉTRICOS COM AUXÍLIO DE UM SIMULADOR DO PHET. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Mato Grosso, v. 8, n. 1, p. 125–138, 2020.
- GRANDO, Regina Célia *et al.* **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Campinas, SP: Unicamp, 2000. 239 p.
- JESUS SOBRINHO, Anderson Vicente de; OLIVEIRA, Daniel. O uso de laboratórios virtuais pode minimizar as abstrações no ensino de física?. **RECIMA21-Revista Científica Multidisciplinar**, Jundiaí, SP, v. 4, n. 5, p. e453139-e453139, 2023.

KENSK, Vani Moreira. Educação e comunicação: interconexões e convergências. **Educação e Sociedade**, São Paulo, v. 29, n. 104, p. 647-655, 2008.

NEVES, Natália Nascimento; SANTOS, Adriana Ramos dos. O uso das tecnologias digitais da informação e comunicação para a experimentação no ensino de química: uma proposta usando sequências didáticas. **Scientia Naturalis**, Rio Branco, Acre, v. 3, n. 1, p. 1-13, mar. 2021.

OLIVEIRA, J. A. de *et al.* **A informática no processo de Ensino e aprendizagem de Matemática**. Paraná: UTFPR, 2009.

PERRENOUD, Philippe. **10 Novas Competências para Ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000. 192 p.

REIS, Erisnaldo Francisco; REHFELDT, Márcia Jussara Repp. Software PHET e Matemática: possibilidade para o ensino e aprendizagem da multiplicação. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 1, p. 194-208, 2019.

SANDHOLTZ, Judith Haymore; RINGSTAFF, Cathy; DWYER, David C. **Ensinando com tecnologia**: criando salas de aula centradas nos alunos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. 196 p.

SANTOS, P. A. dos; ROSA, A. da S.; BULEGON, A. M. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação para o Ensino e Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática na Perspectiva da BNCC. **Investigação, Sociedade e Fesenvolvimento**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. e59510112157, 2021.

SILVA, A. C. R.; NABOZNY, B. C.; FREIRE, L. I. F. Software do tipo simulador e os conteúdos de Química. *In*: ENCONTRO PAULISTA DE PESQUISA EM ENSINO DE QUÍMICA, 7., 2013. **Anais** [...]. São Paulo: UFABC, 2013.

SILVA, Elione José da *et al.* Cálculo Da Área De Figuras Planas Com A Utilização Da Plataforma Phet. **REAMEC-Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Mato Grosso, v. 11, n. 1, p. e23011-e23011, 2023.

SILVA, Monielle Gomes da; Batista, Silva Cristina Freitas. Metodologia de avaliação: Análise da qualidade de aplicativos educacionais para matemática do ensino médio. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 13, n. 1, 2015.

SILVEIRA, Antonia Soares *et al.* Processo ensino aprendizagem na educação infantil em tempos de pandemia e isolamento. **Revista Ciência Contemporânea**, v. 1, n. 6, p. 349-364, Guaratinguetá, 2020.

SOUSA, Renata Teófilo de; ALVES, Francisco Régis Vieira. O ensino de função quadrática com arrimo do simulador PHET: uma prática analisada com base na teoria dos conceitos figurais. **APeDuC Revista-Investigação e Práticas em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologia**, Quinta de Prados, v. 3, n. 1, p. 81-101, 2022.

SOUSA, Rosalide Carvalho de; ALVES, Francisco Régis Vieira. Tecnologías de la información y la comunicación digitales: un modelo para la enseñanza remota de las matemáticas. **UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, Andujar, v. 17, n. 63, 24 dic. 2021.

SOUZA, Isabel Maria Amorim; SOUZA, Luciana Virgília Amorim de. O uso da tecnologia como facilitadora da aprendizagem do aluno na escola. **Revista Fórum Identidades**, [S./], Ano 4, v. 8, n. 8, jul.-dez. 2010.

VENTURA, João Paulo Costa; GOMES, Cristiane Ruiz. Softwares no ensino de matemática: um olhar sobre a BNCC. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza, v. 8, n. 23, p. 846-860, 2021.

**APÊNDICE A****Avaliação:**

Aluno(a): \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Data: \_\_/\_\_/\_\_ Professor: \_\_\_\_\_

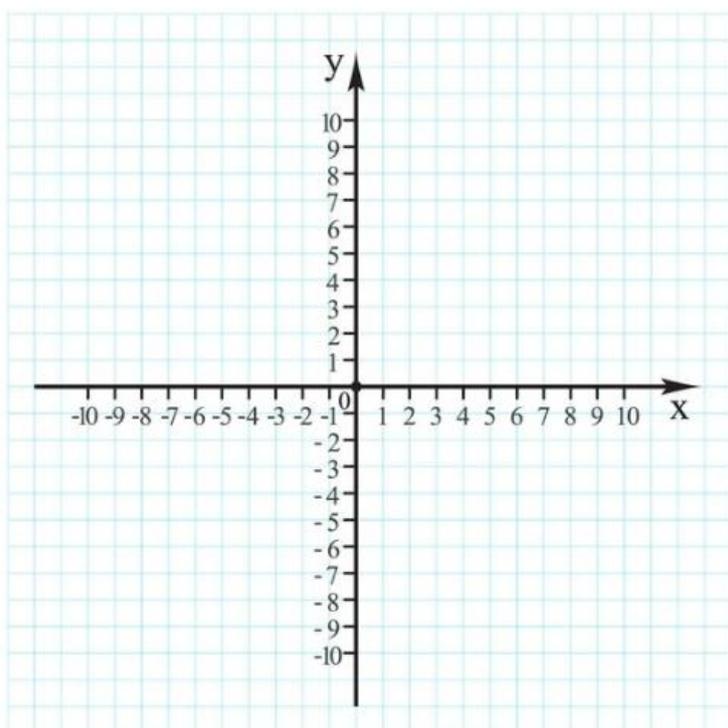
1 - Represente os pontos A, B, C, D no plano cartesiano abaixo:

A (0, -2)

B (-3,4)

C (0, 0)

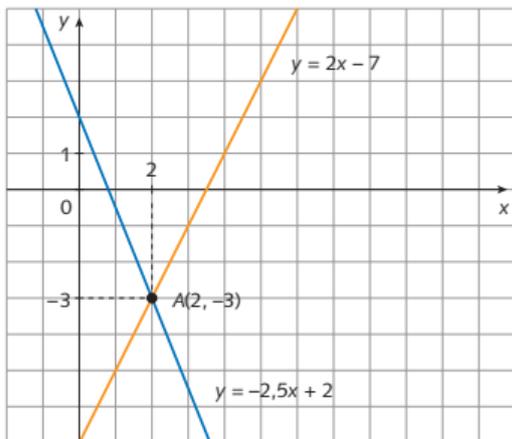
D (2,0)



2- Resolva o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

3- Observe a figura, que representa a solução gráfica de um sistema, e responda às questões.

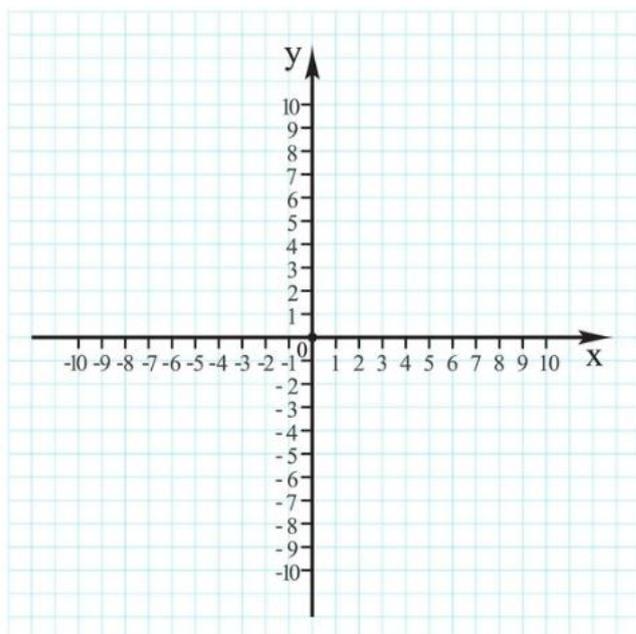


- Quais são as duas equações desse sistema?
- Qual é o par ordenado que é solução desse sistema?
- Qual é o valor de  $x$  que torna verdadeira a igualdade  $2x - 7 = -2,5x + 2$ ?

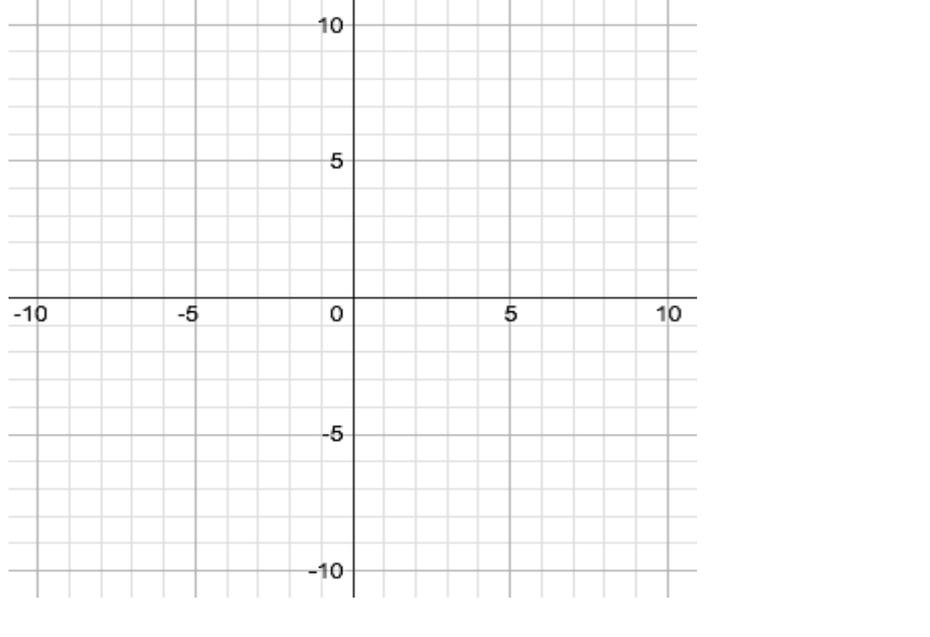
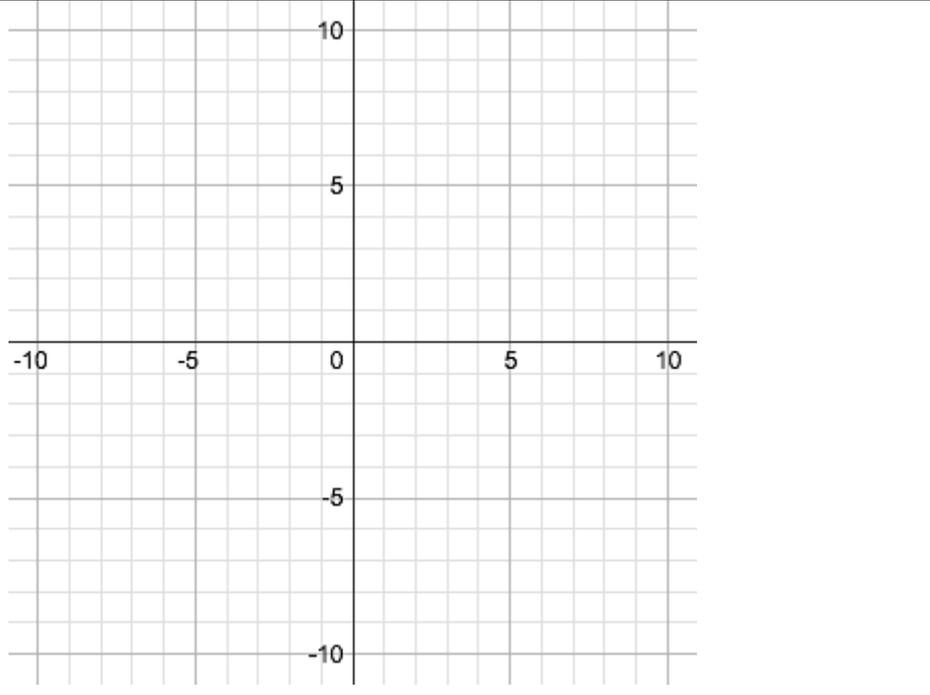
4- Um aluno precisa encontrar o conjunto solução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

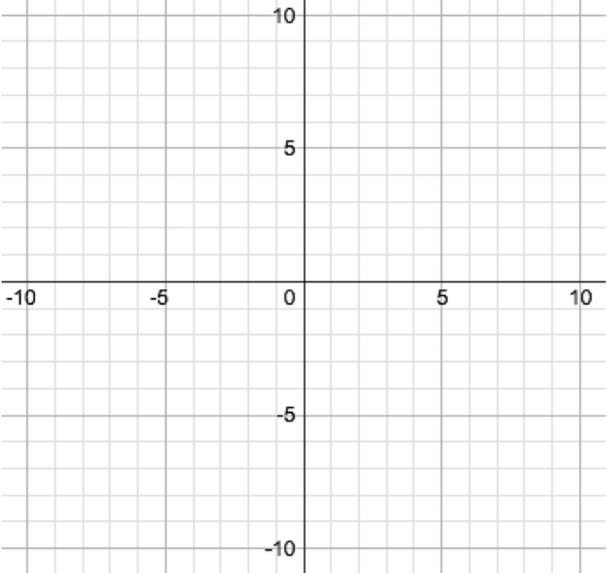
Determine a solução graficamente.



5- Represente graficamente o sistema de equações abaixo em um plano de coordenadas. Em seguida, classifique cada um dos sistemas em possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível.

Sistema	Gráfico
$y = \frac{2}{3}x + 3$ $y = \frac{4}{6}x - 5$	
$2x + 6y = 10$ $4x - 2y = -1$	

6. Propor uma situação problema envolvendo duas equações com duas incógnitas. Preencha o gráfico abaixo para este sistema de equações.

Equações no sistema	Gráfico
$y = \_\_x + \_\_$  $y = \_\_x + \_\_$	

## APÊNDICE B

GRUPO	TRADICIONAL	APP	ALUNO	INICIAL	Q1A	Q1B	Q1C	Q1D	Q2	Q3A	Q3B	Q3C	Q4	Q5A	Q5B	Q6	FINAL
1	NÃO	NÃO	1	4,2	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	1,5
2	SIM	NÃO	1	5,4	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	5
3	NÃO	SIM	1	5	0	0,5	0,5	0	1	0	0,5	0,5	0	0	0	0	3
4	SIM	SIM	1	4,1	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1	0	0	0	6
1	NÃO	NÃO	2	6	0,5	0,5	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	3
2	SIM	NÃO	2	6	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	5
3	NÃO	SIM	2	6	0	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0	0,5	0	0	0	4,5
4	SIM	SIM	2	6	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0	0	1,5	0,5	0,5	0	6,5
1	NÃO	NÃO	3	6,2	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0	3
2	SIM	NÃO	3	6	0,5	0,5	0,5	0	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0	0	6
3	NÃO	SIM	3	6	0	0,5	0,5	0	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	4
4	SIM	SIM	3	6,5	0,5	0,5	0,5	0	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,5	0,5	0	8
1	NÃO	NÃO	4	6,3	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0	0	2
2	SIM	NÃO	4	6	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1	0	0	7,5
3	NÃO	SIM	4	6,2	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	5
4	SIM	SIM	4	7	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0,5	0	7,5
1	NÃO	NÃO	5	6,5	0	0,5	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	2
2	SIM	NÃO	5	6,4	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0	0	0	0	0	4,5
3	NÃO	SIM	5	7,1	0	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0	1,5	0	0	0,5	4,5
4	SIM	SIM	5	7,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1	1	0	0	7
1	NÃO	NÃO	6	7,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	3,5
2	SIM	NÃO	6	6,8	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	5,5
3	NÃO	SIM	6	7,4	0	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	5,5
4	SIM	SIM	6	8	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0	0	1,5	1	0,5	0	6,5
1	NÃO	NÃO	7	7,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	3,5
2	SIM	NÃO	7	7,3	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1	0	1	8,5
3	NÃO	SIM	7	7,4	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0	0	0,5	0	0	0	4,5
4	SIM	SIM	7	8	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0	0	7
1	NÃO	NÃO	8	7,4	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0	0	0	0	0	0	0	3,5
2	SIM	NÃO	8	9	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1	0	0	7,5
3	NÃO	SIM	8	7,8	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	5
4	SIM	SIM	8	8,6	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0	5