

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES - UCAM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Fabiano de Paula Soldati

HEURÍSTICAS ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE
VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E JANELAS DE
TEMPO

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ

Fevereiro de 2017

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES - UCAM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Fabiano de Paula Soldati

IMPLEMENTAÇÃO DE HEURÍSTICA ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E
JANELAS DE TEMPO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
graduação em Pesquisa Operacional e Inteligência
Computacional – Campos/RJ, para obtenção do grau de
MESTRE EM PESQUISA OPERACIONAL E
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL.

Orientador: Prof. Dalessandro Soares Vianna, D. Sc.

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ

Fevereiro de 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca da **UCAM – CAMPOS** 012/2018

Soldati, Fabiano de Paula.

Heurísticas ILS - VND para solução do problema de roteamento de veículos com frota heterogênea, coleta, entrega e janelas de tempo / Fabiano de Paula Soldati. – 2017.

73 f.; il.

Orientador: Dalessandro Soares Vianna.

Dissertação de Mestrado em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional – Universidade Candido Mendes – Campos. Campos dos Goytacazes, RJ, 2017.

Referências: f. 69-73

1. Metaheurística. 2. Transporte – Logística. I. Universidade Candido Mendes – Campos. II. Título.

CDU – 004.02:629.35

Bibliotecária Responsável: Flávia Mastrogirolamo CRB 7ª-6723

Fabiano de Paula Soldati

IMPLEMENTAÇÃO DE HEURÍSTICA ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE
ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E
JANELAS DE TEMPO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
graduação em Pesquisa Operacional e Inteligência
Computacional – Campos/RJ, para obtenção do
grau de MESTRE EM PESQUISA
OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL.

Avaliada em 23/02/2017

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dalessandro Soares Vianna, D. Sc. - Orientador
Universidade Candido Mendes – Campos dos Goytacazes – RJ
Universidade Federal Fluminense – Rio das Ostras – RJ

Prof. Eduardo Shimoda, D. Sc.
Universidade Candido Mendes – Campos dos Goytacazes - RJ

Prof^a. Marcilene de Fátima Dianim Vianna, D. Sc.
Universidade Federal Fluminense – Rio das Ostras – RJ

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ

2017

DEDICATÓRIA

Primeiramente dedico este trabalho ao nosso Senhor Salvador Jesus Cristo, por estar comigo em todo o trajeto e nunca ter me desamparado, sempre me motivando e dando forças para continuar.

À minha esposa Elaine Cristina, pela sua compreensão e companheirismo durante o meu período de estudo. Dois se tornam um e conquistam o impossível.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Silvio e Maria Lúcia, que se dedicaram na construção do meu caráter, educação e formação acadêmica.

À minha Família, em especial ao meu irmão Igor.

Ao meu orientador, Professor Dalessandro Soares Vianna, pela sua dedicação incondicional, apoio e contribuição para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Aos professores do mestrado em pesquisa operacional e inteligência computacional e, que se dedicaram na transmissão de seus conhecimentos.

À Universidade Candido Mendes por oferecer uma estrutura de qualidade para o apoio ao ensino, pesquisa e extensão.

As Faculdades Doctum e Unifaminas, as quais exerço a função de professor, pelo apoio e incentivo.

Aos meus colegas de Mestrado e parceiros de trabalho e pesquisa: Valderêdo, Nícollas, Fábio e em especial Joel e Nilton.

Aos funcionários da Universidade Candido Mendes, em especial, Cida pela sua presteza e dedicação.

A todos os demais que contribuíram diretamente ou indiretamente para o desenvolvimento desta pesquisa.

“Se tiverdes fé como um grão de mostarda direis a este monte: passa daqui para acolá, e ele há de passar; e nada vos será impossível.”

Mateus 17:20.

RESUMO

IMPLEMENTAÇÃO DE HEURÍSTICA ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E JANELAS DE TEMPO

Organizações que dependem da logística de transporte buscam constantemente gerir seus recursos de forma otimizada, pois custos com transporte representam aproximadamente um quarto dos gastos desse tipo. Com ajuda dos métodos computacionais, é possível otimizar o processo logístico de transporte, alcançando economias consideráveis. Este trabalho aborda os problemas com frota de veículos heterogênea, que realiza coleta e entrega durante janelas de tempo de disponibilidade dos clientes (nós) a serem visitados (PRVCEJT). Para determinar o estado da arte do PRVCEJT, foi realizado um estudo bibliométrico, utilizando o método de *Webibliomining*. Através do estudo, foi possível determinar as técnicas de solução mais empregadas na literatura científica relacionada ao tema. O estudo demonstrou que os algoritmos baseados em busca local são mais utilizados para solucionar os PRVCEJT. A solução proposta é baseada nos algoritmos de *Iterated Local Search* (ILS) e *Variable Neighborhood Descent* (VND). Variações dos algoritmos de *Push-Forward Insertion Heuristic* (PFIH) e *Dijkstra* foram utilizados na construção da solução inicial. Após levantar o estado da arte, foi proposto o modelo matemático que contempla este cenário. Logo, com base no estudo bibliométrico e no modelo matemático, implementou-se a heurística ILS-VND. Para a construção da solução inicial foram utilizados os algoritmos de *Dijkstra* e PFIH comparando o desempenho de ambos. Em seguida o refinamento com busca local utilizou os movimentos de troca intra-rota, realocação, intercâmbio e elimina rota. Os algoritmos foram testados em um conjunto de instâncias da literatura relacionada aos PRVCEJT. As 56 instâncias propostas para o PRVCEJT estão organizadas em três subconjuntos de acordo com as inter-relações de seus elementos: com agrupamentos, sem agrupamentos e misto. Os testes demonstraram que o algoritmo ILS-VND obteve mais sucesso com grupo de instâncias pré-agrupadas quando utilizado em conjunto com o algoritmo de PFIH. Para os subconjuntos não organizados, a combinação com o algoritmo de *Dijkstra* se mostrou mais eficiente. O presente trabalho alcançou contribuições relevantes para estudo dos PRVCEJT: estudo bibliométrico e o estado da arte atualizado, modelo matemático proposto, heurística ILS-VND e comparativo de desempenho dos algoritmos *Dijkstra* e PFIH aplicados ao PRVCEJT.

Palavras-chaves: Roteamento. Veículo. Metaheurística. ILS. Busca local. Otimização. PRVCEJT.

ABSTRACT

IMPLEMENTATION OF ILS-VND HEURISTIC FOR SOLUTION VEHICLE ROTEMANTO PROBLEM WITH FLEET HETEROGENEOUS, COLLECTION AND DELIVERY AND TIME OF WINDOWS

Organizations that depend on transportation logistics are constantly looking to manage their resources in an optimal way, since transportation costs represent approximately one quarter of such expenses. With the help of computational methods it is possible to optimize the logistic process of transport, achieving considerable savings. This work deals with the problems with a heterogeneous vehicle fleet, which performs data collection and delivery during time windows of availability of the nodes to be visited (VRPPDTW). To determine the state of the art VRPPDTW, an extensive bibliometry study was carried out using the Webibliomining method. Through the study it was possible to determine the most used solution techniques in the scientific literature related to the subject. The study demonstrated that the algorithms based on local search are more used to solve the PRVCEJT. The proposed solution is based on Iterated Local Search (ILS) and Variable Neighborhood Descent (VND) algorithms. The Push-Forward Insertion Heuristic (PFIH) and *Dijkstra* algorithms were used in the construction of the initial solution. After raising the state of the art the mathematical model that contemplates this scenario was proposed. Therefore, based on the bibliometry study and the mathematical model, the ILS-VND heuristic was implemented. For the construction of the initial solution the *Dijkstra* and PFIH algorithms were used comparing the performance of both. The algorithms were tested in computational experiments using a set of instances of the literature related to VRPPDTW. The 56 instances proposed for the VRPPDTW are organized into three subsets according to the interrelations of their elements: with groupings, without groupings and mixed. The tests demonstrated that the ILS-VND algorithm was more successful with a group of pre-grouped instances when used in conjunction with the PFIH algorithm. For the unorganized subsets, the combination with the *Dijkstra* algorithm proved more efficient. The present work reached relevant contributions for the study of the VRPPDTW: bibliometric study and the updated state of the art, proposed mathematical model, ILS-VND heuristic and comparative performance of the *Dijkstra* and PFIH algorithms applied to the VRPPDTW.

Keywords: Routing. Vehicle. Mixed metaheuristic. Local search. Optimization. VRPPDTW.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Procedimentos metodológicos	19
Figura 2 - Diferentes variações dos problemas de roteirização de veículos.....	21
Figura 3 - Interesse com o passar do tempo.	30
Figura 4 - Diagrama de Venn -Subconjuntos de Artigos selecionados.	32
Figura 5 – Rota inicial.	53
Figura 6 - Movimento de troca intra-rota	54
Figura 7 - Seleção do par para retirada.....	54
Figura 8 - Rota modificada após inserção do par	55
Figura 9 - Rota modificada após inserção do par	55
Figura 10 - Seleção dos pares para movimento de intercâmbio	56
Figura 11 - Rotas modificadas após movimento de Intercâmbio	56

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Revisão bibliográfica dos artigos	33
TABELA 2 - Restrições X Artigos publicados.	35
TABELA 3 - Métodos de solução X Artigos publicados.	36
TABELA 4 - Instâncias de Li e Lim (2001).....	59
TABELA 5 - Resultado dos testes por instâncias	60
TABELA 6- Julgamento da heurística pelo método Condorcet.....	62
TABELA 7 - Análise Global – Quantidade de Veículos por instânciaFonte: própria.	62
TABELA 8 – Descrição dos empates nos resultados	63
TABELA 9 - Análise global - Distância total por instância.....	63
TABELA 10 - Análise global - Custo total da rota por instância	64

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Publicações anuais	34
--------------------------------------	----

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo 1 - PFIH	26
Algoritmo 2 - VND	27
Algoritmo 3 – PFIH.....	50
Algoritmo 4 - DIJKSTRA	52
Algoritmo 5 - ILS-VND	58

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	15
1.2	OBJETIVO	16
1.2.1	Objetivo Geral	16
1.2.3	Objetivos Específicos	16
1.3	JUSTIFICATIVA DO TEMA	17
1.4	DELINEAMENTO DO TRABALHO	17
1.5	CONTRIBUIÇÕES	18
1.6	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	18
2	Referencial teórico.....	20
2.1	Problema abordado	21
2.2	PROGRAMAÇÕES MATEMÁTICA	24
2.3	METAHEURÍSTICAS.....	24
2.3.1	<i>Iterated Local Search - ILS</i>	25
2.3.2	<i>Variable Neighborhood Descent - VND</i>	26
3	ARTIGO 1:UMA ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA PARA PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS.....	28
3.1	INTRODUÇÃO	29
3.2	OBJETIVO	29
3.3	METODOLOGIA DE PESQUISA	29
3.4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
	REFERÊNCIAS	38
4	ARTIGO 2:IMPLEMENTAÇÃO DE HEURÍSTICA ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E JANELAS DE TEMPO	43
4.1	INTRODUÇÃO	44
4.2	METODOLOGIA PARA RESOLUÇÃO DO PRVCEJT.....	44
4.2.1	Modelo matemático proposto	45
4.2.2	Construção da solução inicial	49
4.2.3	Movimentos de troca	52
4.2.3.1	Movimentos de troca intra-rota	52
4.2.3.2	Movimento de realocação.....	54
4.2.3.3	Movimento de Intercâmbio	55
4.2.3.4	Estratégia elimina rota.....	57
4.3	Algoritmo ILS-VND.....	57

4.4	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	58
4.4.1	Descrição das instâncias	59
4.4.2	Resultados dos algoritmos	60
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
	REFERÊNCIAS	65
5	TRABALHOS RELACIONADOS	67
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
	REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

No cenário mercadológico atual, as empresas necessitam cada vez mais reduzir seus custos operacionais de produção e logísticos, além de satisfazer ao máximo as diversas necessidades de seus clientes. Segundo Dondo e Cerdá (2015), para atender aos pedidos dos clientes com eficiência, a rede logística deve prover as entregas com menor custo de armazenagem, transporte e tempo possível.

O transporte de passageiros e mercadorias é uma tarefa importante na sociedade de hoje. Muitos recursos financeiros são gastos diariamente em combustível, equipamentos, manutenção de equipamentos e salários. Segundo Toth e Vigo (2002), realizar melhorias no transporte, otimizando o uso dos recursos envolvidos no processo, leva a uma economia considerável. Várias abordagens podem ser tomadas. Uma delas é melhorar o equipamento e ou a infraestrutura. Estima-se que a informatização para o planejamento do processo de distribuição, muitas vezes leva a uma economia na área de 5% a 20% do custo do transporte (TOTH e VIGO, 2002).

De acordo com Cruz *et al.* (2013), o gerenciamento da frota de veículos permite as empresas reduzir os custos com transporte de seus produtos afim de satisfazer as demandas de seus clientes. O foco principal é determinar o conjunto de pontos de distribuição e entrega de acordo com a capacidade do veículo associado à rota a ser realizada. Portanto para o processo de tomada de decisão dos gestores, o roteamento dos veículos é o ponto central no processo logístico. Estes problemas de roteamento são classificados na literatura científica como Problema de Roteamento de Veículo (PRV) ou *Vehicle Routing Problem* (VRP). O PRV é utilizado em aplicações práticas na gestão de transporte de passageiros, entrega e coleta dos correios, entrega de jornais, etc.

Para Montoya-Torres *et al.* (2015), as empresas podem optar por uma frota de transporte homogênea ou heterogênea de veículos. A frota pode ser composta por veículos iguais, ou seja, mesmo fabricante, modelo, capacidade de carga, etc. Outra opção é a frota ser heterogênea com veículos distintos entre si. Durante as viagens os veículos podem somente entregar, somente coletar ou coletar e entregaros produtos, simultaneamente. .

Segundo Slack *et al.* (2009), independente do transporte que será utilizado, a designação das rotas a serem seguidas pelos veículos é uma das decisões mais difíceis a serem tomadas em

uma rede de distribuição por seus administradores. Essa dificuldade é justificada pelo impacto gerado pela decisão no respectivo nível de reposta da empresa às demandas dos clientes.

De acordo com Gonçalves *et al.* (2015), a otimização no transporte é um assunto discutido no mundo real e ainda há muito espaço para melhoria dos métodos de solução empregados e ou métodos que podem ser aplicados a uma ampla gama de problemas enfrentados dentro da indústria de transporte.

Segundo Li e Lim (2001), a área de roteamento de veículos demanda intensas pesquisas dada a sua utilidade na vida real para solução de problemas complexos. Estes problemas são acrescidos de restrições à medida que seu cenário contemple as situações reais. Dentre estes cenários, os problemas que mais se destacam são os que utilizam roteamento de veículos com janelas de tempo.

O presente trabalho abordou os problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea que realizam coleta e entrega entre janelas de tempo, chamados PRVCEJT.

Para Li e Lim (2008), pelo fato de o PRVCEJT se tratar de um problema NP-complexo, ainda não há na literatura um algoritmo que forneça uma solução ótima. O que se tem é uma combinação de algoritmos que compõem soluções heurísticas e metaheurísticas.

Portanto, como as principais técnicas de solução podem ser combinadas na elaboração de uma heurística que influencie positivamente a otimização do processo logístico dos PRVCEJT?

1.2 OBJETIVO

1.2.1 Objetivo Geral

Propor e avaliar a implementação de uma nova abordagem heurística para resolução do PRVCEJT.

1.2.3 Objetivos Específicos

- Realizar um profundo estudo bibliométrico para embasamento técnico científico do referido trabalho;
- Averiguar qual estado da arte para solução dos problemas de roteirização de veículos com estudo de bibliografias científicas disponíveis tais como livros, revistas e artigos científicos;

- Buscar técnicas de Pesquisa Operacional e otimização para redução do tempo de processamento necessário à resolução do PRVCEJT;
- Propor um modelo matemático que contemple as premissas do problema proposto;
- Desenvolver uma solução computacional, combinando diferentes métodos heurísticos, para o PRVCEJT, respeitando suas restrições e alcançando índices de otimização relevantes;
- Realizar uma bateria de experimentos computacionais para validar a heurística proposta.

1.3 JUSTIFICATIVA DO TEMA

De acordo com Linfati *et al.* (2014), os problemas de roteamento são foco de estudo constante, pois ao analisar as variadas restrições da cadeia logística, os trabalhos mostram que a integração de duas ou mais técnicas tem mais êxito na solução dos problemas por apresentarem resultados mais refinados. As técnicas combinadas são capazes de tratar com mais abrangência a complexibilidade do problema e suas restrições.

O transporte é um dos elementos mais importante em termos de despesas para as organizações. Os custos logísticos com transporte chegam até dois terços dos gastos totais das organizações e isso ocorre devido ao período que as mercadorias transitam de um local para outro. Estes custos, segundo Ballou (2001), impactam diretamente na qualidade do serviço prestado para os clientes. Além disso, os cenários deste tipo de problema são complexos e com uma gama de variáveis e restrições.

Devido a esses fatores, estes problemas são solucionados utilizando dois ou mais métodos heurísticos integrados com o objetivo de obter um resultado que reduza o custo do transporte (Linfati *et al.* 2014). Essa dissertação visa desenvolver uma heurística capaz de se adequar a uma gama de variáveis e restrições do problema PRVCEJT de modo a gerar soluções otimizadas, minimizar os custos e aumentar os ganhos do transporte.

1.4 DELINEAMENTO DO TRABALHO

O presente trabalho abordará os problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea de veículos que realizam coleta ou entrega de produtos com janelas de tempo. Os clientes visitados pelos veículos possuem demanda de coleta ou entrega, ou seja, não possuem

demanda de coleta e entrega simultânea. Quando a carga é coletada em um cliente, é definido em qual cliente deverá ser entregue.

1.5 CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho pretende alcançar as seguintes contribuições científicas para estudo dos PRVCEJT:

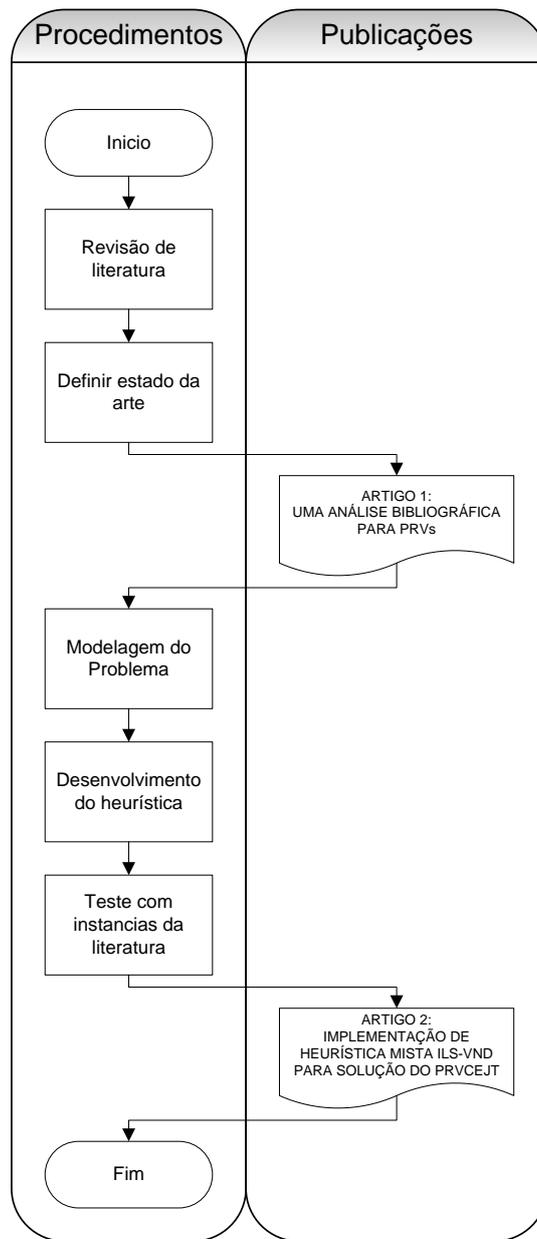
- Estudo bibliométrico e o estado da arte atualizados;
- Modelo matemático proposto;
- Nova abordagem heurística ILS-VND aplicados ao PRVCEJT;
- Comparativo de desempenho dos algoritmos de construção inicial *Dijkstra* e PFIH aplicados ao PRVCEJT.

1.6 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta pesquisa foi organizada e subdivida em dois artigos, como demonstra a Figura 2. O primeiro artigo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, pois levantou um amplo revisional bibliográfico como ponto de partida para a pesquisa. Para defini-lo, utilizou-se o método de *webibliomining* que, segundo Costa (2010), seleciona um conjunto de publicações científicas mineradas em bases de indexação disponíveis na *web*. O método proporcionou definir o estado da arte do PRVCEJT, identificando as principais restrições e técnicas de solução. Os resultados obtidos foram compilados e descritos no Capítulo 4 este trabalho.

O artigo dois caracteriza-se como uma pesquisa experimental e estudo de caso. Segundo Gil (1994), toda pesquisa é caracterizada como experimental quando determina-se um objeto de estudo identificando e selecionando as variáveis que o influenciam e definindo as formas de controle e de observação dos efeitos que as variáveis produzem no objeto. E toda pesquisa é caracterizada como estudo de caso quando envolve profundo estudo de um ou poucos objetos de maneira que se permita o amplo e detalhado conhecimento.

Figura 1 - Procedimentos metodológicos



Fonte: Própria

O segundo artigo tem por base o cenário levantado pelo método *webibliomining* como objeto norteador para a proposição do novo modelo matemático que solucione o PRVCEJT.

Para testar a efetividade da solução proposta pelo modelo, uma nova heurística foi implementada utilizando dois métodos para construções da solução inicial para os PRVCEJT. Assim dois cenários foram implementados:

Cenário A: construção da solução inicial pelo algoritmo de Dijkstra e refinado com heurística ILS-VND;

Cenário B: construção da solução inicial pelo algoritmo de PIFH e refinado com heurística ILS-VND.

Os cenários foram implementados e comparados em ambiente computacional. Os testes em ambiente computacional utilizaram um banco de instâncias específicas para PRVCEJT disponível na literatura. E os resultados obtidos foram analisados e demonstrados graficamente à luz da otimização dos recursos e ganhos do PRVCEJT. Os resultados dos testes, detalhes da implementação e modelo matemático podem ser apreciados em detalhes no Capítulo 5.

Portanto o presente trabalho é composto e está organizado em oito capítulos.

O primeiro capítulo aborda a contextualização, conceitos fundamentais e caracterização dos PRVCEJT. Este capítulo também apresenta os objetivos, a justificativa da pesquisa, e sua organização.

O segundo capítulo explora uma revisão da literatura sobre o referido tema e apresenta uma breve fundamentação teórica.

O terceiro capítulo descreve em detalhes as metodologias de pesquisa científica propostas para elucidar os objetivos do referido trabalho.

O quarto capítulo apresenta um artigo científico, já publicado no XXII Simpósio de Engenharia de Produção, que faz uma análise bibliográfica para problemas de roteamento de veículos, em específico os PRVCEJT. Este estudo utiliza uma metodologia de garimpagem de texto chamada *webibliomining*.

O quinto capítulo explora o desenvolvimento de um heurística mista que utiliza as técnicas ILS e VND. A solução inicial é gerada com auxílio de dois algoritmos de construção: *Dijkstra* e PHIF. Os resultados dos algoritmos de construção e heurísticas são demonstrados e comparados através de testes de desempenho no que tange a otimização de suas variáveis.

O sexto capítulo aborda as principais pesquisas científicas relacionadas ao referido trabalho.

O sétimo capítulo traz as considerações finais e trabalhos futuros.

O oitavo capítulo é composto de todas as referências bibliográficas utilizadas.

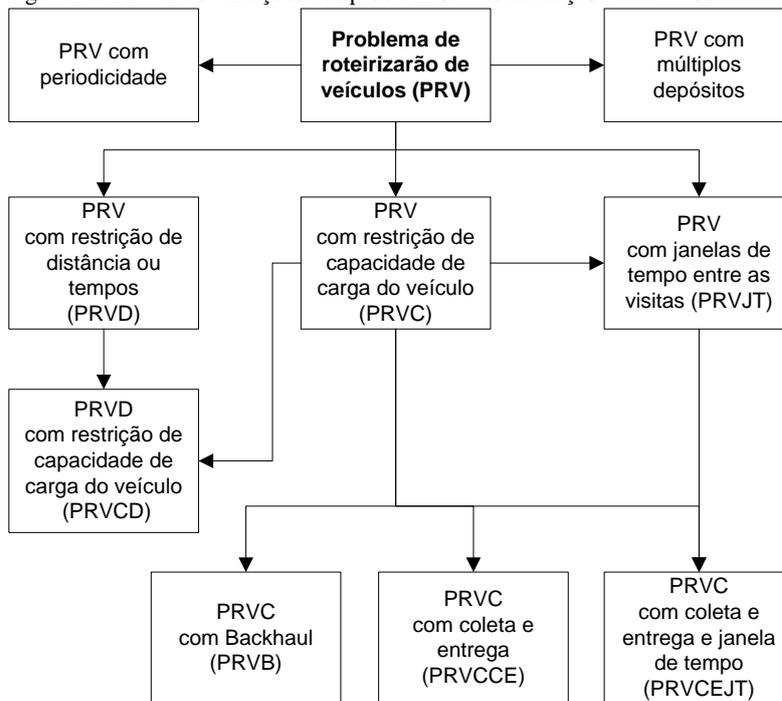
2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 PROBLEMA ABORDADO

O Problema de Roteirização de Veículos (PRV) em sua descrição clássica aborda a composição de rotas de forma otimizada e consideram as melhores rotas dentre as geradas. A seleção das melhores rotas se dá em virtude da distância percorrida e custo entre os nós do trajeto. Esta descrição clássica é descrita na literatura segundo os autores Bodin (1975), Bodin e Golden (1981), Desrochers *et al.* (1990), Eksioglu *et al.* (2009), Laporte (1992), Liong *et al.* (2008) e Maffioli (2002).

Segundo Montoya-Torres *et al.* (2015), o problema típico possui diferentes variações e abordagens. A Figura 2 demonstra a hierarquia dos problemas de roteirização de veículos e suas variações de acordo com a abordagem dos cenários que o compõem.

Figura 2 - Diferentes variações dos problemas de roteirização de veículos



Fonte: adaptado de Weise *et al.* (2010).

De acordo com Toth e Vigo (2010), Cordeau *et al.* (2007), Gendreau *et al.* (2002), Laporte e Nobert (1987), Laporte e Semet (2002) e Toth e Vigo (2002), para compor uma rota, partindo de um depósito central, a capacidade dos veículos pode ser considerada como fator determinante para quantidade de viagens necessárias. Ao finalizar a carga do veículo, este deve retornar ao depósito e reabastecer e então recomeçar a visitar os pontos a partir da próxima cidade não visitada.

Além da limitação de carga dos veículos, outra variável a ser considerada é a heterogeneidade da frota de veículos, ou seja, os veículos possuem capacidades de cargas variadas entre si. Os problemas de roteirização que efetuam coleta e entrega com janelas de tempo entre os pontos (nós) do trajeto (PRV com janelas de tempo - PRVJT) são descritos segundo Solomon e Desrosiers (1988). Segundo Mourgaya e Vanderbeck (2006), a periodicidade é fixa entre as coletas e entregas (PRVP) e, segundo Psaraftis (1995), a periodicidade é dinâmica (PRVD). Para atender as demandas dos nós com limitação de carga, para Montoya-Torres *et al.* (2015), são necessárias a execução de múltiplas viagens (VRPMV).

De acordo com Archetti e Speranza (2008), as entregas a serem realizadas nos destinos podem ser fracionadas de acordo com a demanda e estoque de cada nó.

Todos os autores consultados consideram apenas um depósito. Uma dessas variantes considera uma situação mais realista em que as distribuições de produtos são feitas a partir de vários depósitos para os clientes finais. Segundo Montoya-Torres *et al.* (2015), esta rede de distribuição pode ser resolvida aplicando metodologias que tratam um único depósito se e somente se os clientes são agrupados em torno de cada depósito da rede. Caso contrário, uma abordagem baseada em múltiplos depósitos tem que ser usada onde os clientes serão servidos a partir de qualquer dos depósitos utilizando a frota de veículos disponíveis.

Para atender às demandas provenientes de diversas regiões, segundo Moreira (2007) é necessário que uma organização estabeleça corretamente a quantidade de bens e/ou serviços a ser transportada de um centro de distribuição para seus solicitantes. Constantemente, a quantidade de bens produzidos é restrita, igualmente como acontece com a demanda dos clientes. Nesse contexto, é imprescindível estabelecer qual a rota que gerará menores custos, aumentando assim o lucro real de uma empresa.

A Quadro 1 demonstra, através de exemplos, alguns benefícios e vantagens que um bom planejamento na definição de rotas pode proporcionar, além de elucidar os atores que se beneficiam e participam deste processo.

Quadro 1 - Vantagens do Gerenciamento de Transporte.

Benefício	Exemplos	A quem beneficia
Redução do custo de transportes	Reduzir o número de retornos de veículos vazios e tempo ocioso no cliente	Cliente, Transportador
Melhor utilização dos ativos	Reduzir distâncias percorridas vazia pelo veículo que não são pagas diretamente para o transportador	Transportador
Melhora no nível de serviço	Maior assertividade do tempo de entrega	Cliente, Transportador
Aumento da visibilidade	Localização de produtos e veículos na cadeia de suprimentos	Cliente, Transportador, Fornecedor
Aumento da satisfação do consumidor final	Aumento de pedidos atendidos de maneira “perfeita”	Cliente, Fornecedor
Aumento da receita	Consequência de um melhor nível de serviço ao cliente e melhor qualidade de entrega	Cliente, Transportador, Fornecedor

Fonte: Rosin (2012).

Há situações consideradas casos especiais e que necessitam de análises. Moreira (2007) afirma que a primeira deles ocorre quando a solicitação total por partes dos clientes não corresponde com a quantidade de produto/serviço produzida. Essa situação pode ocorrer de duas formas: a primeira é aquela onde os destinos requerem mais do que é produzido, e a segunda, ao contrário da primeira, ocorre quando a demanda é menor do que é produzido. Neste segundo caso, é interessante notar que o problema não se altera, pois o volume que não for vendido será revertido em estoque. A segunda situação ocorre quando a organização não tem interesse em maximizar os lucros e sim em diminuir os custos de transporte.

Os principais problemas de transporte da cadeia de suprimentos, segundo Rodrigues (2011), podem ser encontrados:

- na configuração da rede de distribuição (na definição da rota de entrega);
- no controle do estoque (quantos produtos produzir para atender a demanda);
- no fornecimento para a produção (diminuir o custo de transporte para aplicar na produção),
- nos contratos de fornecimento (definir quem irá realizar a entrega do material),

- nas estratégias de distribuição (definindo o impacto da melhor ou pior rota de transporte),
- na integração da cadeia de suprimentos (formando novas alianças com outros grupos),
- nas estratégias de terceirização (definir se é viável terceirizar o produto ou transporte), no projeto do produto (na definição de modificações que podem ser positivas ou negativas), na tecnologia da informação (definindo um sistema de informações) e o valor para o cliente (relação da empresa com seu cliente).

2.2 PROGRAMAÇÕES MATEMÁTICA

A programação matemática aborda uma série de modelos com características muito distintas entre si. Segundo Goldbarg e Luna (2000), para contemplar os cenários que compõem cada problema, a modelagem matemática possui várias técnicas de solução, entre as quais se destacam a programação linear, a programação não linear e a programação inteira. Os modelos de programação linear possuem uma relação de convexidade no espaço de factibilidade em relação às variáveis que compõem a função objetivo do problema.

De acordo com Hillier e Lieberman (2010), nos modelos de programação linear as funções são funções lineares. O modelo de programação linear aborda problemas de otimização em função da minimização de custos ou perdas ou a maximização de lucros ou ganhos. O método Simplex é o modelo de solução eficiente e demonstra a adaptabilidade ao cenário do problema linear auxiliando no planejamento de atividades que buscam melhores resultados.

De acordo com Hillier e Lieberman (2010), a programação inteira trata-se de um problema linear onde há limitações em suas variáveis evitando soluções não inteiras. Problemas que possuem soluções não inteiras podem atingir um grau máximo de otimização e não ter aplicabilidade prática no mundo real. Problemas que envolvam pessoas, peças, animais, etc não podem aceitar soluções não inteiras como resposta. Não existe forma de tratar meia pessoa, ou meia peça a ser produzida, por exemplo.

2.3 METAHEURÍSTICAS

Um algoritmo é considerado um método heurístico quando não se conhece conceitos matemáticos completos sobre seu próprio desempenho.

Para Goldberg e Luna (2005, p. 205):

Uma heurística é uma técnica que busca alcançar uma boa solução utilizando um esforço computacional considerado razoável, sendo capaz de garantir a viabilidade ou a otimalidade da solução encontrada ou, ainda, em muitos casos, ambas, especialmente nas ocasiões em que essa busca partir de uma solução viável próxima ao ótimo.

Portanto um algoritmo heurístico tem por objetivo resolver problemas complexos utilizando uma quantidade restrita de recursos, como o tempo, para encontrar soluções ótimas. De acordo com Sucupira (2004), embora os métodos heurísticos não garantam o melhor resultado, eles possuem um desempenho médio e são utilizados de forma experimental. Com isso, o uso da meta-heurística é uma alternativa na busca por melhores resultados. Esta técnica se trata de um conjunto de conceitos utilizáveis para definir métodos heurísticos aplicáveis a um conjunto de diferentes problemas. De forma genérica, uma meta-heurística é considerada uma estrutura algorítmica geral que pode ser aplicada a diferentes problemas de otimização.

Nas seções seguintes serão abordadas mais especificamente os métodos heurísticos ILS e VND aplicáveis ao PRVCEJT.

2.3.1 *Iterated Local Search* - ILS

As metaheurísticas são recomendadas para evitar os ótimos locais gerados por soluções iniciais. A metaheurística de busca local iterativa, conhecida como ILS, foi proposta por Lourenço *et al.* (2002). Segundo Stützle *et al.* (2009) e Lourenço *et al.* (2003), a metaheurística ILS executa buscas sucessivas no conjunto da solução inicial com a utilização do operador de perturbação.

Segundo Lourenço *et al.* (2003), os algoritmos baseados em método de busca local encontram precocemente um ótimo local deixando de lado soluções posteriores suscetíveis a melhores resultados. O método ILS é baseado em busca local, mas com metodologia de perturbação para evitar os ótimos locais e assim explorar largamente o espaço solubilidade do problema proposto.

De acordo com Stützle *et al.* (2009), o operador de perturbação cria uma alteração em parte da solução inicial. A fração da perturbação deve ter um tamanho adequado em relação a solução inicial. As perturbações pequenas em demasia podem prejudicar a diversificação das

soluções encontradas. Porém utilizar perturbações com tamanho próximo ao tamanho da solução inicial podem tender a aleatoriedade da solução encontrada.

Para Gonçalves *et al.* (2015), o algoritmo ILS é estruturado e composto por 4 elementos:

- a) Geração de solução inicial;
- b) Técnica de busca local;
- c) Metodologia de perturbação; e
- d) Critério de aceitação.

As perturbações aplicadas a uma solução ótima local permitem que a busca local explore diferentes regiões do espaço de busca. De acordo com Dutra e Montané (2009), a heurística ILS apresenta melhores resultados quando utiliza mecanismo de perturbação logo após a busca local gerando uma solução intermediária através de modificação na solução corrente. O Algoritmo 1 expressa fluxo de execução iniciando com a construção da solução inicial até seu refinamento utilizando os procedimentos de busca local com operadores de perturbação.

Algoritmo 1 - PFIH

Entrada: Solução inicial	
Saída: Melhor indivíduo gerado	
1	Início
2	Solução (s_0) recebe solução inicial
3	Solução refinada (s) recebe Busca Local em s_0
4	Enquanto critério de parada não satisfeito faça
5	s' recebe Perturbação(s)
6	s'' recebe Busca Local (s')
7	s recebe critério de aceitação (s, s'')
8	Fim
9	Fim

Fonte: adaptado Lourenço *et al.* (2003).

2.3.2 Variable Neighborhood Descent – VND

Segundo Mladenovic e Hansen (1997), a técnica VND é uma metaheurística baseada em busca local que varre a solução inicial realizando trocas entre os nós da solução a fim de explorar a vizinhança entre eles em busca de soluções que melhor atendam às restrições do problema. As vizinhanças possuem uma ordem pré-definida e auxiliam no aprimoramento da solução.

O algoritmo VND, segundo Mladenovic e Hansen (1997), utiliza a metodologia de busca local através de sucessivas trocas explorando a vizinhança entre os nós.

Segundo Mladenovic e Hansen (1997), para refinar as soluções, é utilizado o método de busca local explorando as vizinhanças de cada nó, representado no Algoritmo 2.

Algoritmo 2 - VND

Entrada: Solução inicial	
Saída: Melhor indivíduo gerado	
1	Início
2	r recebe o tamanho da lista da solução inicial
3	k recebe 1
4	Enquanto $k \leq r$ faça
	Se $f(s') < f(s)$ então
5	s recebe s'
6	k recebe 1
7	senão
8	Incremento k
9	fim
10	fim
11	Retorne s
12	Fim

Fonte: adaptado de Mladenovic e Hansen (1997).

Este algoritmo permite explorar a região ótima do problema realizando trocas sucessivas entre os nós que compõem as rotas. Para explorar amplamente a região ótima são considerados ótimos locais e ótimos globais. Os ótimos locais podem ser diferentes entre vizinhos mais próximos porém podem compartilhar um ótimo global equivalente ao ótimo local para as demais vizinhanças do problema.

3 ARTIGO 1:

UMA ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA PARA PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

¹Fabiano de Paula Soldati, ¹Dalessandro Soares Vianna, ²Helder Gomes Costa

¹ Programa de Pós-Graduação em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional -
Universidade Candido Mendes – Campos – RJ – Brasil

²Universidade Federal Fluminense - UFF

Artigo publicado no XXII SIMPEP - SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO ISSN
- Anais do Evento: 1809-7189

Resumo. O objetivo deste trabalho é propor e avaliar um estudo para a resolução do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) com estudo de bibliografias científicas disponíveis em periódicos, jornais, e revistas científicas. Com um amplo levantamento bibliográfico auxiliado da técnica de *webibliomining*, gerar um montante inicial de referenciais teóricos identificando os principais vertentes do tema, além de identificar os principais métodos de solução, autores e revistas que mais contribuem para os problemas de roteamento.

Palavras-chaves: Roteamento. Veículo. VPR. Heurísticas. Metaheurística. Otimização.

Abstract. This paper proposes and evaluates a study to solve the Vehicle Routing Problem (VRP) with study of scientific literature available in journals, newspapers and scientific journals. With a broad literature helped the *webibliomining* technique, generating an initial amount of theoretical frameworks identifying the main theme of the strands, and identify the main solution methods, authors and journals to contribute most to the routing problems.

Keyword: Routing. Vehicle. VPR. Heuristics. Metaheuristic. Optimization.

3.1 INTRODUÇÃO

O transporte de passageiros e mercadorias é uma tarefa importante na sociedade de hoje. Muitos recursos financeiros são gastos diariamente em combustível, equipamentos, manutenção de equipamentos e salários. Melhorias no transporte, bem como a otimização no uso dos recursos envolvidos no processo, leva a uma economia considerável. Várias abordagens podem ser tomadas, como melhorar o equipamento e ou a infra-estrutura. Há uma estimativa de que a informatização para o planejamento do processo de distribuição, muitas vezes leva a uma economia na área de 5% a 20% do custo do transporte (TOTH; VIGO, 2002).

Um dos pontos cruciais da logística de transporte é o roteamento dos veículos envolvidos. Slack *et al.* (2009) ressalta que, independente do transporte que será utilizado, a designação das rotas a serem seguidas pelos veículos é uma das decisões mais difíceis de serem tomadas em uma rede de distribuição por seus administradores. Essa dificuldade é justificada pelo impacto gerado pela decisão no respectivo nível de reposta da empresa às demandas dos clientes.

Por isso, é justo dizer que a otimização no transporte é um assunto que é usado e procurado no mundo real e ainda há muito espaço para melhoria dos métodos de solução empregados e ou métodos que podem ser aplicados a uma ampla gama de problemas enfrentados dentro da indústria de transporte.

Assim qual o estado da arte dos métodos e técnicas de otimização utilizada para solucionar o roteamento de veículos com frota heterogênea de coleta e entrega?

3.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é levantar o estado da arte das técnicas utilizadas na resolução dos Problemas de Roteamento de Veículos com frota heterogênea de coleta e entrega através de um amplo estudo bibliográfico.

3.3 METODOLOGIA DE PESQUISA

Para o embasamento técnico científico, foi realizado um amplo levantamento bibliográfico utilizando livros, periódicos, artigos científicos e dissertações com auxílio do método de *webibliomining* que, segundo Costa (2010), gera um montante inicial de referenciais teóricos para a pesquisa seguindo tais passos:

- Definir um grupo inicial de palavras chaves que será norteador das buscas;

- Definir as bases e bancos de teses, dissertações e artigos a serem utilizadas para as pesquisas de bibliografia;
- Efetuar as pesquisas nas bases seguindo a palavras chaves,
- Utilizar os filtros de seleção para refinar os resultados: ano de publicação do artigo, autores mais citados, idioma de publicação, relevância do artigo;
- Após análise dos resultados, definir um grupo de artigos para compor o ponto de partida da pesquisa.

3.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo bibliográfico pelo método de *webibliomining* inicia-se com a seleção do grupo de palavras chave de acordo com a especificação do tema em relação a sua derivação mais genérica, roteamento de veículo. Assim, foram levantados os seguintes termos na língua inglesa e seu respectivo na língua portuguesa: *Vehicle routing* (Roteamento de veículos), *Vehicle routing and heterogeneous fleet* (Roteamento de veículos e frota heterogênea) e *Vehicle routing and heterogeneous fleet and pickup and delivery* (Roteamento de veículos e frota heterogênea de coleta e entrega).

Ao determinar o tema de uma pesquisa científica é necessário verificar a relevância e interesse de tal tema pelo público. Assim a ferramenta *Google Trends* (2015) pode demonstrar os assuntos mais buscados no decorrer de um período, verificando a intensidade de buscas por ele realizadas em um período. O termo *vehicle routing* (roteamento de veículos) foi inserido na busca com a ferramenta. O resultado da busca está demonstrado no gráfico na Figura 3.

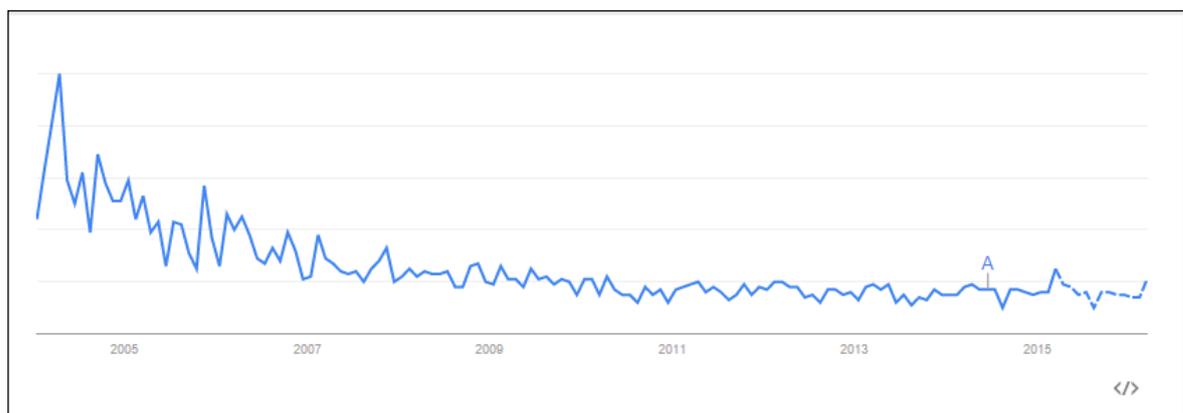


Figura 3 - Interesse com o passar do tempo.
Fonte: Google Trends (2015).

Além de interesse público, um trabalho acadêmico necessita de um embasamento técnico científico amplo que pode ser realizado em literaturas científicas com credibilidade e qualidade. Mas determinar e selecionar quais serão os referenciais teóricos utilizados pode ser uma tarefa complexa. Segundo Costa (2010), o método de *webibliomining* (ou garimpagem de texto na rede web) é eficiente em arrolar um referencial bibliográfico inicial sobre um determinado tema; este método consiste em realizar buscas em bases e banco de artigos, dissertações e teses de forma ranqueada seguindo os indicadores como relevância, ano de publicação, idiomas, autores, áreas, periódicos e tipo de documento. As bases selecionadas para método de *webibliomining* foram: Web of Science, Scientific Electronic Library Online (SciELO) e Scopus.

Para compor o conjunto inicial de busca nas bases de artigos foi utilizado o termo *vehicle routing*. O resultado obtido passou por um refinamento com a adição do termo *heterogeneous fleet* compondo o filtro do subconjunto *Vehicle routing and heterogeneous fleet*. Em seguida, o terceiro termo foi adicionado, *pickup and delivery*, para compor o terceiro nível de refinamento e o subconjunto subsequente.

O conjunto inicial de pesquisa utilizando o termo *vehicle routing* resultou no seguinte: Web of Science - 37502 artigos, SciELO - 44 artigos e Scopus - 10075 artigos.

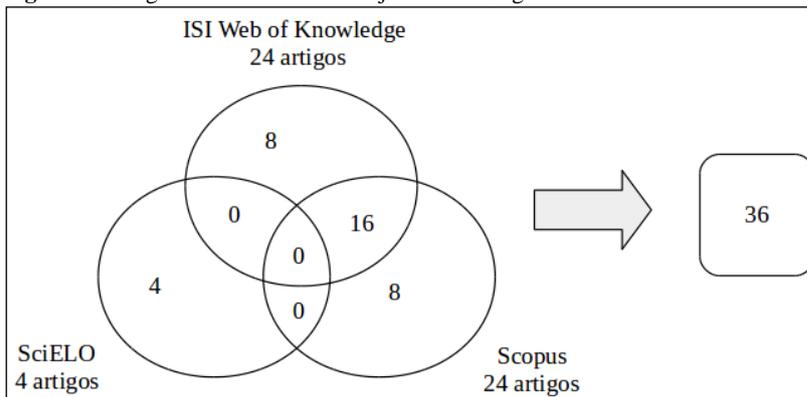
O segundo nível de refinamento, adicionando o termo *heterogeneous fleet*, resultou em: Web of Science - 181 artigos, SciELO - 4 artigos e Scopus - 202 artigos.

O terceiro nível de refinamento foi implementado, adicionando o termo *pickup and delivery*, obtendo os seguintes artigos indexados: Web of Science - 24 artigos, SciELO - 0 artigo e Scopus - 24 artigos.

A base SciELO não apresentou nenhum arquivo indexado ao inserir o termo *pickup and delivery*, mas os 4 artigos, obtidos no segundo nível de refinamento, serão mantidos pois apresentam relevância científica para os primeiros níveis de refinamento (*Vehicle routing and heterogeneous fleet*). Portanto foram indexados 24 artigos da base Web of Science, 4 artigos da SciELO e 24 artigos da Scopus, totalizando 52 artigos.

Os artigos selecionados podem ter redundâncias de indexação nas bases pesquisadas, ou seja, um mesmo artigo pode ter sido indexado na busca em duas ou mais bases de pesquisa. Para corrigir esta possível duplicidade, realizou-se um refinamento buscando as duplicidades de indexação. Assim, determinou-se que há 16 artigos presentes nas duas bases Scopus e Web of Science. Esta interseção foi contabilizada e ao final têm-se 36 artigos distintos para compor o referencial teórico como demonstra o Diagrama de Venn da Figura 4.

Figura 4 - Diagrama de Venn -Subconjuntos de Artigos selecionados.



Fonte: Autroria própria.

A Figura 4 demonstra que foram indexados 4 artigos publicados na base SciELO, 8 artigos publicados na base Scopus, 8 artigos na base Web of Science e 16 artigos publicados nas bases Scopus e Web of Science, totalizando em 36 artigos selecionados para o estudo detalhado das bibliografias indexados na Tabela 1.

A Tabela 1 foi organizada considerando o ano da publicação do artigo e sua referência bibliográfica. As restrições do problema foram decompostas nas seguintes colunas: Janela de tempo entre as entregas e/ou coletas; frota de veículos heterogêneos; capacidade de carga do veículo; se o veículo faz a coleta e entrega de materiais nos pontos visitados; e entrega fracionada de materiais pelo veículo nos pontos visitados. Os métodos de solução foram decompostos em: solução exata ou solução heurística/metaheurística.

TABELA 1 - Revisão bibliográfica dos artigos

Revisão bibliográfica do conjunto de artigos selecionados								
Ano	Referência	Restrições					Método de Solução	
		Janela de tempo	Frota heterogenea	Capacidade do veículo	Coleta e entrega	Entrega fracionada	Solução exata	Heurística / Metaheurística
1998	Christiansen e Nygreen	x	x			x	x	
2003	Dondo <i>et al.</i>	x	x					x
2003	Lubbecke <i>et al.</i>	x	x		x			x
2003	Piqueras e Medina Folgado	x	x			x		x
2006	Campos e Yoshizaki	x	x			x		x
2006	Elfiore e Yoshizaki	x	x		x			x
2007	Flisberg <i>et al.</i>	x	x		x			x
2008	Goel e Gruhn	x	x	X	x			x
2009	Ceselli <i>et al.</i>	x		X		x		x
2009	Farah <i>et al.</i>	x	x					x
2010	Tütüncü		x			x		x
2011	Pitera <i>et al.</i>		x			x		x
2011	Parragh	x	x		x			x
2012	Hennig <i>et al.</i>		x	X		x		x
2013	Rios-Mercado <i>et al.</i>	x				x		x
2013	Kim <i>et al.</i>		x		x			x
2013	Cruz <i>et al.</i>	x	x			x		x
2013	Gath <i>et al.</i>		x		x			x
2013	Kergosien <i>et al.</i>	x	x		x			x
2013	Belmecheri <i>et al.</i>		x		x			x
2013	Qu e Bard		x		x			x
2014	Avci e Topaloglu				x			x
2014	Atahran <i>et al.</i>	x			x			x
2014	Grimault <i>et al.</i>	x	x	X	x			x
2014	Nishi e Izuno	x	x			x		x
2014	Benslimane <i>et al.</i>		x		x		x	
2014	Ng <i>et al.</i>	x	x		x		x	
2014	Kececi <i>et al.</i>		x		x			x
2014	Linfati <i>et al.</i>		x			x		x
2015	Qu e Bard	x	x		x			x
2015	Muelas <i>et al.</i>		x		x			x
2015	Tian e Wu		x		x			x
2015	Montoya-Torres <i>et al.</i>	x	x		x			x
2015	Boschetti e Maniezzo	x	x		x			x
2015	Berghida e Boukra	x	x		x			x
2015	Dondo e Cerdá		x		x			x

Fonte: Próprio autor.

A periodicidade das publicações selecionadas está entre o período de 1998 e 2015. Verifica-se que 22 artigos, o que equivale a 61,1% das publicações, foram publicados nos últimos 3 anos, como ilustra o gráfico 1, o que demonstra que o tema é atual e relevante para pesquisa científica.

Gráfico 1 - Publicações anuais



Fonte: Própria.

Os problemas de roteamento são modelados de acordo com seu cenário, restrições e objetivos de otimização. De acordo com os modelos é possível identificar os tipos de problemas de roteamento. Analisando as publicações, selecionadas pelo *webibliomining*, os tipos citados foram: Problema de Roteamento de Veículo ou *Vehicle Routing Problem* (VRP) e Problema de Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery Problems – PDP*).

O VRP foi abordado em 30 publicações, o que corresponde a 75% dos artigos selecionados. Segundo Flisberg *et al.* (2007), Ceselli *et al.* (2009), Hennig *et al.* (2012), Gath *et al.* (2013), Ng *et al.* (2014) e Benslimane *et al.* (2014), o VRP busca soluções para otimizar o custo e/ou distância de percurso dos veículos no transporte de materiais. Para Piqueras e Folgado (2003), Dondo *et al.* (2003) e Nishi e Izuno (2014), este tipo de problema possui variações que consideram as janelas de tempo entre uma entrega e outra. Kim *et al.* (2013) trata de outra variação do VRP com coleta e entrega simultânea. E Tian e Wu (2013) e Kececi *et al.* (2014) consideram o uso de frotas heterogêneas. Para Elfiore e Yoshizaki (2006) combinam o roteamento com frota heterogênea, janelas de tempo e entrega fracionada.

Outra abordagem do VRP é considerar apenas restrições de entregas, ou seja, os veículos não realizam coleta de materiais em suas visitas. De acordo com Dondo e Cerdá (2015), o VRP pode ser utilizado para a roteamento de veículos que utilizam o sistema logístico de Cross-Docking que fazem uso de centros de distribuição para agilizar as entregas. Semelhantemente, Hennig *et al.* (2012) utiliza roteirização com as entregas fracionadas. Para Campos e Yoshizaki (2006), Farah *et al.* (2009), Belmecheri *et al.* (2013), Cruz *et al.* (2013) e

Berghida e Boukra (2015), além da distância percorrida nas rotas entre os centros de distribuição os pontos visitados, são consideradas as janelas de tempo entre eles utilizando uma frota heterogênea (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Mixed Backhauls and Time Windows - HVRPMBTW*).

Montoya-Torres *et al.* (2015) abordam o roteamento com múltiplos depósitos e restrição de carga de acordo com a capacidade de cada veículo. Para Linfati *et al.* (2014), roteiro pode ser realizado com múltiplos depósitos com heterogeneidade de oferta para suprir a demanda dos clientes de uma determinada região.

Outro tipo de problema de roteamento é o Problema de Coleta e Entrega (*Pickup and Delivery Problems – PDP*) que segundo Rios-Mercado *et al.* (2013), Bard e Qu (Bard e Qu) e Bard e Qu (2015) trata-se de estabelecer uma relação de precedência entre uma entrega e outra. Segundo Parragh(2011), Atahran *et al.* (2014) e Muelas *et al.* (2015), uma variação do PDP utiliza pessoas, e não cargas, a serem transportadas de uma dada origem a um referido destino.

As publicações também foram analisadas de acordo com as restrições: Janela de tempo, Frota heterogênea, Capacidade, Coleta e entrega e Entrega fracionada (representadas na Tabela 3). Por exemplo, a primeira coluna da tabela mostra que foram selecionados 10 artigos abordando PRV's incorporando as restrições de Frota heterogênea e Coleta e entrega. As demais combinações das restrições estão demonstradas na Tabela 3.

TABELA 2 - Restrições X Artigos publicados.

Restrições											
Janela de tempo	x		x		x	x	x	x	x		
Frota heterogênea	x	x	x	x	x	x				x	
Capacidade do veículo						x	x			x	
Coleta e entrega	x	x				x			x		x
Entrega fracionada			x	x			x	x		x	
Quantidade de artigos publicados	10	9	5	3	2	1	1	1	1	1	1

Fonte: própria.

Os artigos também foram analisados segundo os métodos de solução propostos, como demonstra a tabela 4.

TABELA 3 - Métodos de solução X Artigos publicados.

	Busca Local	Busca Tabu	Geração de colunas	GRASP	Colônia de formigas	Algoritmos Genéticos	Agentes Autônomos	Busca Dispersa	IBM ILOG CPLEX	MILP Matlab	Enxame de partículas	Redes Neurais	LS	LJF, STF and LCC	RVNS LNS	VNS
Número de publicações	5	4	3	3	3	3	1	1	5	2	1	1	1	1	1	1

Fonte: própria.

Foram contabilizados 29 artigos com soluções Heurísticas/Metaheurística (80,6 %) e 7 artigos com soluções exatas (19,4 %) (Tabela 4). Destacando-se soluções que utilizam Busca Local, Busca Tabu com maior número de citações, 13,8 % e 11,11%, respectivamente. Estas estratégias de solução também estão presentes como fundamento de solução em várias publicações que utilizam outros métodos como solução principal.

A Busca Local que, de acordo com Goel e Gruhn (2008), Pitera *et al.* (2011), Qu e Bard (2015) e Avci e Topaloglu (2014), é um método de otimização de rotas que busca otimizar o custo, distância percorrida e carga transportada. Por exemplo, um veículo deve sair do ponto X de origem (depósito) e visitar N clientes para realizar as entregas. Esta rota pode ter um ou mais opções de trajeto pelas cidades a serem visitadas. O método então trata cada rota de cidade para cidade, duas a duas, de acordo com seu custo, distância e/ou tempo e demanda. Em seguida o método busca unir os seguimentos entre as cidades a serem visitadas visando encontrar o menor caminho com menor custo. Tudo isso respeitando a capacidade de carga do veículo que irá efetuar o transporte. Assim pode-se estabelecer a ordem do percurso do veículo ponto a ponto, visitando todos os pontos que necessitam serem abastecidos com as entregas percorrendo a menor distância, com menor custo e reduzindo o número de viagens devido a restrição de carga do veículo.

Entretanto, de acordo com Flisberg *et al.* (2007), Cruz *et al.* (2013), Atahran *et al.* (2014) e Avci e Topaloglu (2014), a utilização apenas da busca local pode ocasionar em um ótimo local prematuro antes de encontrar a melhor solução dentre as demais. Assim a estratégia do algoritmo de busca trata o ponto visitado como tabu, ou seja, este ponto é bloqueado como solução e a execução do algoritmo prossegue até que se encontre uma solução melhor que a tabu. Assim o ponto tabu é retirado da rota durante n iterações ou até que algoritmo encontre uma solução melhor que a considerada tabu. Portanto, esta estratégia tenta evitar um ótimo

local, pois busca o melhor valor em rotas alternativas. Caso não encontre, a rota considerada tabu será solução mais adequada para o problema.

Dentre os outros métodos heurísticos, pode-se destacar o Dantzig-Wolfef que segundo Christiansen e Nygreen (1998), Nishi e Izuno (2013), Montoya-Torres *et al.* (2015) e Bard e Qu(2015) considerado clássico e consiste em modelar um problema mestre e decompô-lo em problemas de menor escala. O problema de transporte então é modelado e convertido para um Tableau. O método busca reduzir a quantidade de restrições (colunas) de acordo com sua relevância resultando em um Tableau de menor complexidade e mais viável para uma solução clássica, como por exemplo, o algoritmo Simplex.

Para Campos e Yoshizaki (2006), outro método de solução é a utilização dos algoritmos genéticos como estratégia de aprendizagem para os problemas de roteirização. Estes algoritmos consistem em gerar populações de indivíduos (rotas a serem percorridas); a cada geração, através das operações de cruzamento, mutação e elitismo, o algoritmo busca por indivíduos mais eficientes. Isso pode ser limitado até atingir um determinado valor de otimização ou exceder limites de iterações. De acordo com Atahran *et al.* (2014), os algoritmos genéticos podem ser mesclados com métodos multicritérios associados com busca tabu para evitar ótimos locais e refinar a solução.

Segundo Tian e Wu (2015), Cruz *et al.* (20013) e Farah *et al.* (2009), os algoritmos baseados em colônia de formigas permitem identificar as rotas (ponto a ponto) mais visitadas e interligá-las gerando um caminho ótimo entre a origem e destino. Para Belmecheri *et al.* (2013), o algoritmo enxame de partículas é considerado uma variação do algoritmo de colônia de formigas. O enxame de partículas considera o aprimoramento do aprendizado de cada indivíduo do enxame e escolhe como guia o indivíduo com o maior nível de aprendizado. Assim o algoritmo garante uma aprendizagem evolutiva, que pode ser limitada por um número de iterações ou até atingir um valor específico de uma restrição ou função objetivo.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os problemas de roteamento de veículos possuem uma série de restrições e podem possuir múltiplos objetivos gerando uma solubilidade complexa. Os problemas de roteamento podem ter como restrições mais comuns a janela de tempo entre os pontos visitados, frota de veículos heterogêneos, capacidade de carga de cada veículo, coleta e entrega de materiais e entrega fracionada.

O problema de roteamento de veículos com frota heterogênea de coleta e entrega é muito comum, dadas as circunstâncias dos modelos logísticos propostos nos artigos estudados na revisão bibliográfica, sejam em modelos de simulação ou estudos de caso.

As soluções mais utilizadas para este tipo de roteirização são as heurísticas utilizando algoritmos de busca local para refinamento das rotas. A busca local, em alguns modelos do problema, não basta para atingir a otimização. Em alguns casos utiliza-se uma heurística de duas fases com a aplicação de um busca local em um primeiro estágio e uma busca tabu em um segundo estágio. Esta combinação evita os ótimos locais precipitados que por ventura possam impedir uma real solução ótima.

Os métodos evolutivos também mostraram boas técnicas para a solução dos problemas de roteamento. Uso de algoritmos genéticos ou enxame de partículas foram utilizados como forma de aprendizagem antecedendo as técnicas mais tradicionais, como busca local ou busca tabu, em heurísticas mistas. Os algoritmos evolutivos demonstram contribuições relevantes e tendem a ser utilizados em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

ATAHRAN, A.; LENTÉ, C.; T'KINDT, V. A multicriteria dial-a-ride problem with an ecological measure and heterogeneous vehicles. **Journal of multi-criteria decision analysis**, Tours, v. 21, p. 279–298, mar. 2014.

AVCI, M.; TOPALOGLU, S. A hybrid local search algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Computers and Industrial Engineering**, Turquia, p. 21532166, out. 2014.

BELFIORE, P. P.; YOSHIKAZI, H. T. Y. Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas. **Produção**, Santa Catarina, v. 16, p. 455-469, set./dez. 2006.

BELMECHERI, F. et al. An ant colony optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. In: SYMPOSIUM ON INFORMATION CONTROL PROBLEMS IN MANUFACTURING, 13., 2009. Russia, v.13.

BELMECHERI, F. et al. Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. **J Intell Manuf**, Troyes, v. 24, p. 775–789, 2013.

BENSLIMANE, M. T.; BENADADA, Y. Exact method for the multiregion vehicle routing problem in large quantities by a heterogeneous fleet of vehicles. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON LOGISTICS AND OPERATIONS MANAGEMENT, 2., 2014, New York. **Proceedings...** p. 7078, 2014.

BERGHIDA, M.; BOUKRA, A. EBBO: an enhanced biogeography-based optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. **Int J Adv Manuf Technol**, Algiers, v. 77, p. 1711–1725, 2015.

BOSCHETTI, M.; MANIEZZO, V. A set covering based matheuristic for a real-world city logistics problem. *International transactions in operational research*, **Bologna**, v. 22, p. 169–196, 2015.

CAMPOS, G. G.; YOSHIZAKI, H. T. Y. Algoritmos genéticos e computação paralela para problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo e entregas fracionadas. **Gestão e Produção**, São Paulo, v. 13, p. 271-281, mai./ago. 2006.

CESELLI, A. et al. A column generation algorithm for a rich vehiclerouting problem. **Transportation Science**, Crema , v. 1, p. 5669 , fev. 2009.

CHRISTIANSEN, M.; NYGREEN, B. A method for solving ship routing problems with inventory constraints. **Annals of Operations Research**, Trondheim, v. 81, p. 357-378 , 1998.

COSTA, H. G. Modelo para webibliomining: proposta e caso de aplicação. **Revista da FAE**, v. 13, p. 115–126, 2010.

CRUZ, J. J. et al. A two-pheromone trail ant colony system—tabu search approach for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows and multiple products. **J Heuristics**, Barranquilla , v. 19, p. 233–252, 2013.

DONDO, R.; MÉNDEZ, C. A.; CERDÁ, J. An optimal approach to the multiple-depot heterogeneous vehicle routing problem with time window and capacity constraints. **Latin American Applied Research**, Santa Fe, v. 33, p. 129-134, 2003.

DONDO, R; CERDÁ, J. The heterogeneous vehicle routing and truck scheduling problem in a multi-door cross-dock system. **Computers and Chemical Engineering**, Santa Fe, v. 76, p. 42–62, fev. 2015.

FILSBERG, P.; LIDÉN, B.; RÖNNQVIST, M. A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks. **Computers & Operations Research**, Uppsala, v. 36, p. 1122-1144, 2007.

GATH, M. Agentbased dispatching in groupage traffic. In: IEEE SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE IN PRODUCTION AND LOGISTICS SYSTEMS, 2013, New York. **Proceedings...** p. 5460.

GOEL, A.; GRUHN, V. A general vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, Leipzig, v. 19, p. 650–660, fev. 2008.

GRIMAULT, A. et al. A twophase heuristic for full truckload routing and scheduling with split delivery and resource synchronization in public works. **Logistics and Operations Management**, p. 5761, 2014.

HENNIG, F.; NYGREEN, B.; LÜBBECKE, M. E. Nested column generation applied to the crude oil tanker routing and scheduling problem with split pickup and split delivery. **Wiley Online Library**, Trondheim, abr. 2012.

IORI, M.; MARTELLO, S. Routing Problems with Loading Constraints. TOP: An **Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research**, v. 18, p. 4–27, 2010.

KECECI, B.; ALTIPARMAK, F.; KARA, I. The heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: a hybrid heuristic approach based on simulated annealing. **Computers and Industrial Engineering**, Turquia, 2014.

KERGOSIEN, Y. et al. Metaheuristic algorithms for solving two interconnected vehicle routing problems in a hospital complex. **Computers & Operations Research**, Tours , v. 40, p. 2508–2518, 2013.

KIM, G.; KIM, S. A simultaneous delivery and pickup heterogeneous vehicle routing problem with separate loading area. **Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers**, Coréia, v. 39, p. 554561, 2013.

LINFATI, R.; ESCOBAR, J. W.; GATICA, G. Un algoritmo metaheurístico para el problema de localización y ruteo con flota heterogénea. **Ingeniería y Ciencia, Medellín**, v. 10, p. 55–76, jan/jun. 2014.

LUBBECKE, M. E.; ZIMMERMANN, U. T. Engine routing and scheduling at industrial in-plant railroads. **Transportation science**, Braunschweig, v. 37, p. 183197, maio 2003.

MONTOYA-TORRES, J. R. et al. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. **Computers & Industrial Engineering**, Bogotá, v.79, p. 115–129, 2015.

MUELAS, S.; LATORRE, A.; PEÑA, J. M. A distributed VNS algorithm for optimizing dial-a-ride problems in large-scale scenarios. **Transportation Research Part C**, Madrid, v. 54, p. 110–130, mar. 2015.

NG, A. S. et. al. Heterogeneous truck routing policies with tour routing time restriction: a case study of a malaysian trucking company. **International Journal of Logistics Systems and Management**, Hong Kong, v. 17, p. 498 - 522, 2014.

NISHI, T.; IZUNO, T. Column generation heuristics for ship routing and scheduling problems in crude oil transportation with split deliveries. **Computers and Chemical Engineering**, Toyonaka, v. 60, p. 329-338, 2014.

PARRAGH, S. N. Introducing heterogeneous users and vehicles into models and algorithms for the dial-a-ride problem. **Transportation Research Part C**, Vienna, v. 19, p. 912–930, 2011.

PIQUERAS, V.Y.; MEDINA FOLGADO, J. R. VPRTW economical optimization of transport networks (optimización económica de redes de transporte del tipo VRPTW). **Revista de Obras Publicas**, Valencia, v. 150, p. 3139, 2003.

PITERA, K. Evaluation of emissions reduction in urban pickup systems heterogeneous fleet case study. **Transportation Research Record**, Washington, v. 2224, p. 816, 2011.

QU, Y.; BARD, J. F. A branch-and-price-and-cut algorithm for heterogeneous pickup and delivery problems with configurable vehicle capacity. **Transportation Science, Maryland**, v. 49, p. 254–270, mai. 2015.

QU, Y.; BARD, J. F. The heterogeneous pickup and delivery problem with configurable vehicle capacity. **Transportation Research Part C**, Austin, v. 32, p. 1–20, mar. 2013.

RIOSMERCADO, R. Z. A grasp for a multidepot multicommodity pickup and delivery problem with time windows and heterogeneous fleet in the bottled beverage industry. **Computational logistics**, Copenhagen, v. 8197, p. 143157, set. 2013.

TIAN, Y.; WU, W. Q. A heuristic algorithm for vehicle routing problem with heterogeneous fleet, simultaneous pickup and delivery. **Systems Engineering Society of China**, China, v. 35, p. 183190, 2015.

TOTH, P.; VIGO, D. An overview of vehicle routing problems. **The Vehicle Routing Problem**, Philadelphia, v. 9, p. 1–26, 2002.

TÜTÜNCÜ, G. Y. An interactive gramps algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with and without backhauls. **European Journal of Operational Research**, França, v. 201, p. 593–600, 2010.

4 ARTIGO 2:

IMPLEMENTAÇÃO DE HEURÍSTICA ILS-VND PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE TRANSPORTE COM FROTA HETEROGÊNEA, COLETA, ENTREGA E JANELAS DE TEMPO

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo levantar as técnicas e métodos heurísticos mais empregados nas soluções do PRVCEJT e utilizá-los na composição de uma heurística para a solução do problema. A heurística proposta combina duas estratégias de solução, ILS e VND, sendo capaz de otimizar a quantidade de veículos, distância total percorrida e custo total de percurso. A construção da solução inicial tem por base dois algoritmos, PFIH e *Dijkstra*. No refinamento posterior utilizou-se uma heurística ILS-VND submetida a testes computacionais com grupo de instâncias presentes na literatura como referência. As 56 instâncias propostas para o PRVCEJT, derivadas das instâncias criadas para o PRVJT, estão organizadas em 3 subconjuntos de acordo com as inter-relações de seus elementos, com agrupamentos, sem agrupamento e mista. A análise dos testes demonstra a viabilidade dos algoritmos, PFIH e *Dijkstra*, em conjunto com a heurística ILS-VND, pois apresentaram resultados satisfatórios dentro dos padrões propostos na literatura.

Palavras chave: PRVCEJT. Heurística Mista. Busca Local.

Abstract: The present work has as objective to raise the techniques and heuristic methods most used in the solutions of the PRVCEJT and to use them in the composition of a heuristic for the solution of the problem. The proposed heuristic combines two solution strategies, ILS and VND, being able to optimize the number of vehicles, total distance traveled and total cost of travel. The construction of the initial solution is based on two algorithms, PFIH and *Dijkstra*. In the subsequent refinement, an ILS-VND heuristic was used, subjected to computational tests with a group of instances present in the literature as reference. The 56 instances proposed for the PRVCEJT, derived from the instances created for the PRVJT, are organized into 3 subsets according to the interrelations of their elements, with groupings, without grouping and mixed. The analysis of the tests demonstrates the viability of the algorithms, PFIH and *Dijkstra*, in conjunction with the ILS-VND heuristic, since they presented satisfactory results within the standards proposed in the literature.

Keywords: PRVCEJT. Mixed heuristic. Local Search.

4.1 INTRODUÇÃO

De uma forma global (ou geral), as relações comerciais estão sustentadas por uma estrutura de transporte de cargas e pessoas que permitem atender as demandas do mercado. Segundo Christiansen e Nygreen (1998), o transporte envolve uma série de fatores que influenciam no seu custo e eficiência. Para atender ao contínuo crescimento populacional, a logística de transportes viabiliza a prestação do serviço evitando o esgotamento de recursos, otimizando os lucros e resultados e minimizando os custos operacionais.

Um dos elementos mais importantes em termos de despesas para as organizações é o transporte. Para Ballou (2001), os custos com transporte abrangem de um a dois terços dos custos logísticos, pois o período em que as mercadorias transitam de um local a outro, impactam diretamente na melhoria deste serviço aos clientes. Logo, selecionar as melhores rotas, sejam elas rodoviárias, hidroviárias ou aéreas, encurta as distâncias e minimiza os tempos de entrega.

A localização geográfica para os sistemas logísticos é critério principal para a composição da rede de transporte que irá ligar os centros produtores e distribuidores aos consumidores. Para Montoya-Torres *et al.* (2015), o Problema de Roteirização de Veículos (PRV) clássico constitui um cenário em que os consumidores possuem uma demanda a ser suprida por centros produtores ou distribuidores. Através do estudo da arte dos PRV's, segundo Soldati *et al.* (2015), verificou-se que sua maior aplicabilidade contempla problemas compostos por uma frota de veículos heterogênea que realizam coleta e entrega com janelas de tempo (PRVCEJT).

Diante deste contexto, quais métodos de solução que podem ser empregados em conjunto para compor uma nova heurística para solucionar PRVCEJT?

O objetivo deste trabalho é levantar os métodos heurísticos mais empregados nas soluções do PRVCEJT, bem como as técnicas mais utilizadas e aplicá-las na composição de heurísticas que viabilizem a solução do problema. Além disso, a nova heurística terá por base um novo modelo matemático, também proposto neste trabalho, que priorize as rotas em função da minimização do número de veículos utilizados e a distância total percorrida por esses veículos.

4.2 METODOLOGIA PARA RESOLUÇÃO DO PRVCEJT

Este trabalho abordará especificamente os problemas de roteamento de veículos com frota heterogênea que realizam coleta e entrega com janelas de tempo entre elas. Para

construção da solução inicial dos PRVCEJT, foram implementados dois algoritmos, o *Dijkstra* e o PFIH.

O potencial de solubilidade e os reflexos gerados na obtenção da solução final entre os dois algoritmos foram comparados e descritos através do método *Condorcet*. Segundo Frasson e Carneiro (2016), o método *Condorcet* compara as possibilidades em pares. Quando um componente vence na comparação, este é somado em três pontos. Mas quando há empate entre as opções, é somado um ponto em cada uma das opções. No final, o somatório dos pontos demonstra qual opção venceu na comparação.

Uma nova heurística de refinamento da solução inicial foi desenvolvida combinando técnicas de ILS e VND. A nova heurística foi testada em ambiente computacional utilizando um grupo de instâncias específicas para os PRVCEJT presente na literatura. As soluções encontradas foram analisadas e julgadas a luz dos seguintes critérios: quantidade de veículos, distância total percorrida e custo total de percurso.

Esta seção apresenta o modelo matemático proposto para solução do PRVCEJT (descrito na seção 2.1), os algoritmos de construção da solução inicial PFIH e *Dijkstra*, (descritos na seção 2.2) e movimentos de troca utilizados no refinamento de rota (descritos na seção 2.3).

4.2.1 Modelo matemático proposto

Esta seção apresenta o modelo de programação linear inteira mista proposto para o problema de PRVCEJT. Este modelo é composto por:

- Índices – destacam as letras usada para indicar os diferentes componentes do modelo (no problema abordado, indicam os veículos e os clientes);
- Parâmetros – são os dados de entrada do modelo, ou seja, as informações fornecidas ao modelo para sua adequada execução;
- Variáveis de decisão – são os dados de saída do modelo, ou seja, valores a serem definidos pelo *solver* e retornados como resposta do modelo;
- Expressões – famílias de equações e de inequações que representam a função objetivo e as restrições do problema.

Índices

- i, j e l – indicam clientes;

- k – indica veículos.

Parâmetros

- NC – número de clientes;
- NV – número de veículos;
- D – depósito;
- M_1 – valor suficientemente grande (valor usado \rightarrow maior capacidade entre os veículos);
- M_2 – valor suficientemente grande (valor usado \rightarrow maior entre os tempos finais das janelas de atendimento dos clientes e do depósito);
- $JANINI_i$ – tempo inicial da janela de atendimento do cliente i ;
- $JANFIM_i$ – tempo final da janela de atendimento do cliente i ;
- $TATEND_i$ – tempo necessário para o atendimento do cliente i ;
- C_k^v – custo variável associado ao veículo k . Este custo está associado à distância percorrida pelo veículo;
- C_k^f – custo fixo associado ao veículo k . Este custo está associado ao uso do veículo;
- CAP_k – capacidade do veículo k ;
- VEL_k – velocidade do veículo k ;
- $DIST_{ij}$ – distância entre os clientes i e j ;
- $TRANSP_{ij}$ – demanda a ser transportada do cliente i para o cliente j .

Variáveis de Decisão

- u_{ki} – variável binária que indica se o veículo k atende ou não o cliente i ;
- x_{kij} – variável binária que indica se a aresta (i, j) é percorrida ou não pelo veículo k , ou seja, se a aresta (i, j) faz parte ou não da rota percorrida pelo veículo k ;
- y_{kij} – variável linear que indica a quantidade de fluxo que passa pela aresta (i, j) quando percorrida pelo veículo k . É usada como um recurso para evitar sub-rotas, fazendo com que todas as rotas iniciem e terminem no depósito (D);
- z_{ki} – variável linear que indica o volume transportado pelo veículo k ao sair do cliente i ;
- t_{ki} – variável linear que indica o momento de chegada do veículo k no cliente i .

Expressões

$$\text{Min} \quad \sum_k \sum_i \sum_j \text{DIST}_{ij} * x_{kij} * C_k^v + \sum_k u_{kD} * C_k^f \quad (1)$$

Sujeito as seguintes restrições:

$$\sum_i x_{kDi} \leq 1 \quad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_k u_{ki} = 1 \quad \forall i / i \neq D \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_i x_{kij} = 1 \quad \forall j / j \neq D \quad (4)$$

$$\sum_k \sum_j x_{kij} = 1 \quad \forall i / i \neq D \quad (5)$$

$$x_{kij} \leq u_{ki} \quad \forall k, \forall i, \forall j \quad (6)$$

$$x_{kij} \leq u_{kj} \quad \forall k, \forall i, \forall j \quad (7)$$

$$\sum_i y_{kji} - \sum_i y_{kij} = u_{kj} \quad \forall k, \forall j / j \neq D \quad (8)$$

$$y_{kij} \leq NC * x_{kij} \quad \forall k, \forall i, \forall j \quad (9)$$

$$z_{kD} = 0 \quad \forall k \quad (10)$$

$$z_{kj} \geq z_{ki} + \sum_l \text{TRANSP}_{jl} - \sum_l \text{TRANSP}_{lj} - M_1 * (1 - x_{kij}) \quad \forall k, \forall i, \forall j / j \neq D \quad (11)$$

$$z_{ki} \leq CAP_k \quad \forall k, \forall i / i \neq D \quad (12)$$

$$u_{ki} = u_{kj} \quad \forall k, \forall i, j / \text{TRANSP}_{ij} > 0 \quad (13)$$

$$\sum_l y_{kli} \leq \sum_l y_{klj} \quad \forall k, \forall i, j / \text{TRANSP}_{ij} > 0 \quad (14)$$

$$t_{kD} = 0 \quad \forall k \quad (15)$$

$$t_{kj} \geq t_{ki} + \text{TATEND}(i) + (\text{DIST}_{ij} * \text{VEL}_k) - M_2 * (1 - x_{kij}) \quad \forall k, \forall i, \forall j / j \neq D \quad (16)$$

$$t_{ki} \geq \text{JANINI}_i \quad \forall k, \forall i \quad (17)$$

$$t_{ki} \leq \text{JANFIM}_i \quad \forall k, \forall i \quad (18)$$

$$x_{kij} \in \{0,1\} \quad \forall k, \forall i, \forall j \quad (19)$$

$$u_{ki} \in \{0,1\} \quad \forall k, \forall i \quad (20)$$

$$y_{kij} \geq 0 \quad \forall k, \forall i, \forall j \quad (21)$$

$$z_{ki} \geq 0 \quad \forall k, \forall i \quad (22)$$

$$t_{ki} \geq 0 \quad \forall k, \forall i \quad (23)$$

A expressão em (1) apresenta a função objetivo do problema, a qual minimiza os custos no transporte. A primeira parcela representa os custos variáveis (custos associados à distância percorrida – combustível, depreciação do veículo, etc.) e a segunda representa os custos fixos (custos associados ao uso do veículo – aluguel do veículo, por exemplo). Em alguns casos, tem-se $C_k^v = 1, \forall k$ e $C_k^f = 0, \forall k$, fazendo com que a expressão minimize o somatório das distâncias percorridas.

As expressões de (2) a (23) representam as restrições do problema. As inequações em (2) sinalizam que há no máximo uma aresta saindo do depósito (D) usando o veículo k , o que indica que um determinado veículo pode não ser usado, permanecendo no depósito. A equação (3) garante que cada cliente será atendido por exatamente um veículo. As equações em (4) e (5) informam, respectivamente, que há uma aresta chegando e uma aresta saindo de cada cliente. As inequações em (6) e (7) garantem que a aresta (i, j) só pode ser percorrida pelo veículo k se tanto i quanto j são atendidos por k . A equação (8) representa o fluxo entre as arestas; em cada cliente visitado pelo veículo k , uma unidade de fluxo é adicionada. Esta é uma estratégia utilizada para evitar sub-rotas, fazendo com que uma rota inicie e termine no depósito. A inequação (9) indica que só pode haver fluxo na aresta (i, j) , pelo veículo k , se esta aresta é percorrida por tal veículo.

As expressões de (10) a (14) representam restrições ligadas ao volume transportado pelos veículos, levando em consideração as demandas de coleta e entrega de cada cliente. A equação (10) assume que os veículos saem vazios do depósito e vão coletando e entregando produtos ao longo de suas rotas. Esta é uma característica do problema abordado. As inequações em (11) e (12) verificam se o volume a coletado/entregue em um determinado cliente não ultrapassará a capacidade do veículo, sabendo que este pode já possuir algum volume sendo transportado. A equação (13) indica que os clientes i e j devem ser atendidos pelo mesmo veículo, caso exista uma demanda a ser transportada de i para j . A inequação em (14) garante que, caso exista uma demanda a ser transportada de i para j , o cliente i deve preceder o cliente j na rota.

As expressões de (15) a (18) representam as restrições ligadas as janelas de tempo. A equação (15) determina que os veículos estão no depósito no instante zero (de zero unidades de tempo). A inequação (16) calcula o tempo de chegada do veículo k em cada cliente j , levando em consideração o tempo de atendimento do cliente e o tempo gasto pelo veículo nos clientes

que precedem j na rota. Cabe destacar que estes tempos devem estar dentro da janela de tempo associada a cada cliente, como asseguram as inequações (17) e (18).

As expressões de (19) a (23) destacam o domínio das variáveis de decisão.

4.2.2 Construção da solução inicial

A construção da solução inicial para este trabalho utiliza dois algoritmos: PFHI (versão 1 e 2) e DIJKSTRA. Em seguida foram empregados operadores de vizinhança que possuem grande poder quanto à otimização dos valores finais das soluções do PRVCEJT. Estes operadores trabalham de forma a selecionar uma rota ou um conjunto aleatório das mesmas para que se obtenha um número maior de rotas viáveis nas soluções obtidas.

Segundo Gonçalves (2015), a construção das rotas no algoritmo de PFHI é iniciada considerando o custo de inserção de cada cliente. A função que calcula o custo de inserção do cliente é dada por:

$$c_i = -\alpha do_i + \beta l_i + \gamma \left(\frac{p_i}{360} \right) do_i$$

Onde :

do_i : distância do depósito ao cliente i

l_i é o instante de tempo final da janela de tempo

p_i é o ângulo da coordenada polar do cliente i referente ao depósito

$\alpha = 0,7$; $\beta = 0,1$ e $\gamma = 0,2$ (estes valores são definidos empiricamente em Solomon (1987)).

Os clientes são ranqueados de forma ascendente de acordo com o custo de inserção. O algoritmo de construção inicia o processo tomando o primeiro cliente da lista testando os próximos clientes, um a um, em todas as posições possíveis a fim de encontrar a melhor rota que atenda as restrições do cenário proposto pelo problema.

Caso o algoritmo não encontre uma posição adequada para o próximo cliente, inicia-se uma nova rota para inseri-lo. Porém, nos problemas de PRVCEJT os nós são inseridos na rota aos pares respeitando as restrições e as precedências de acordo com a necessidade de coleta ou entrega.

O primeiro objetivo do algoritmo, na linha 1, é calcular o custo de inserção de cada nó a ser visitados, na linha 2, organizá-los em ordem crescente. Próximo passo é construir a solução inicial até que todos os nós sejam visitados e a lista estiver vazia. Nas linhas 4, 5, e 6 o primeiro nó e seu emparelhado é inserido na rota de acordo com suas demandas. Nas linhas 7, 8 e 9 será

testando a inserção do nó com demanda de coleta em todas as posições da rota até que uma solução factível seja alcançada. Nas linhas 10 e 11 são testadas as demandas do nó até que solução factível seja alcançada. Nas linhas 12 e 13 caso a inserção do nó com demanda de entrega atingir uma solução factível a distância total percorrida na rota será calculada. Nas linhas 14 e 15 caso não haja solução factível uma nova rota será criada para inserção do par de nós.

Algoritmo 3 – PFIH

Entrada: Lista de clientes	
Saída: Rota inicial para solução do PRVCEJT	
1	Início
2	Calcule o custo da inserção de cada nó
3	Crie uma lista de nós ordenados crescentemente pelo custo
4	Inicialize uma solução vazia
5	Enquanto existir algum nó na lista faça
6	Selecione o primeiro nó da lista
7	Selecione o nó emparelhado ao anterior
8	Remova da lista o par de nós
9	Ordene os nós selecionados de acordo com a demanda
10	Enquanto existir rotas não vazias faça
11	Enquanto existir posições na rota faça
12	Teste a inserção do cliente com demanda de coleta
13	Se inserção factível então
14	Teste a inserção do cliente com demanda de entrega
15	Se inserção factível então
16	Calcule a distância total percorrida na rota
17	Fim
18	Fim
19	Fim
20	Fim
21	Selecione a melhor posição de inserção dos clientes
22	Insira os clientes nas posições selecionadas
23	Se não existir uma posição factível para o par então
24	Crie uma nova rota com o par de clientes
25	Fim
26	Fim
27	Fim

Fonte: adaptado de Solomon (1987).

Uma segunda versão do algoritmo PFIH altera as condições de teste do emparelhamento entre os nós na sua implementação. Ao testar a factibilidade do primeiro nó da lista de clientes nas rotas já criadas, logo em seguida o segundo nó do par é testado. Caso factível é calculado percentual de aumento no custo da rota em comparado ao custo antes da inserção do par. O par é testado em todas as posições factíveis de todas as rotas respeitando todas as restrições e precedências das instâncias. O nó será inserido na rota que apresentar o menor aumento percentual no custo total da rota.

Outro algoritmo utilizado é o *Dijkstra* que segundo Boaventura Netto (1996) e Cormen *et al.* (2002), permite determinar a solução ótima através da adição de vértices à árvore de caminho mínimo pelo processo de relaxamento de uma aresta.

O Algoritmo 2 demonstra o pseudocódigo de *Dijkstra* adaptado ao PRVCEJT. Segundo Cormen *et al.* (2002) a abordagem tradicional do algoritmo de *Dijkstra* pode ser muito custosa em termos computacionais quando aplicada a malhas viárias reais.

Algoritmo 4 - DIJKSTRA

Entrada: Lista de clientes	
Saída: Rota inicial para solução do PRVCEJT	
1	Início
2	Calcule a matriz de distância entre os nós
3	Começo recebe valor do depósito
4	Inicialize uma solução vazia
5	Enquanto existir algum nó na lista faça
6	Selecione o nó mais próximo do começo
7	Selecione o nó emparelhado ao anterior
8	Remova da lista o par de nós
9	Ordene os nós selecionados de acordo com a demanda
10	Enquanto existir rotas não vazias faça
11	Enquanto existir posições na rota faça
12	Teste a inserção do cliente com demanda de coleta
13	Se inserção factível então
14	Teste a inserção do cliente com demanda de entrega
15	Se inserção factível então
16	Calcule a distância total percorrida na rota
17	Fim
18	Fim
19	Fim
20	Fim
21	Selecione a melhor posição de inserção dos clientes
22	Insira os clientes nas posições selecionadas
23	Começo recebe o valor do nó, do par, com demanda de entrega
24	Senão existir uma posição factível para o par então
25	Crie uma nova rota com o par de clientes
26	Fim
27	Fim
28	Fim

Fonte: Cormen *et al.* (2002).

4.2.3 Movimentos de troca

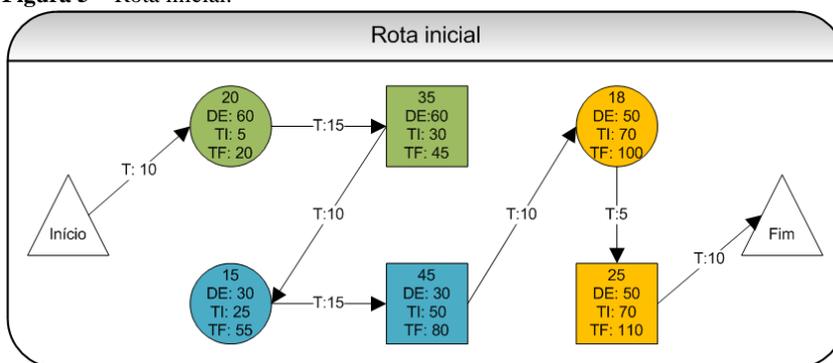
Para refinar a solução inicial foram utilizados os operadores de troca intra-rota, realocação, intercâmbio e elimina rota.

4.2.3.1 Movimentos de troca intra-rota

Os nós são testados aos pares respeitando as relações de precedência entre eles. Para as trocas intra-rota é selecionado um par e retirado da rota. O nó com demanda de coleta é testado em outras posições factíveis da rota que apresente um menor custo em relação a posição anterior. Caso factível o segundo par é testado após o primeiro até encontrar uma posição factível que tenha menor custo e respeite as restrições de factibilidade. Caso encontre posição factível para o par, os nós são inseridos nas novas posições.

A Figura 5 representa um exemplo da troca realizada numa das rotas que compõem a solução inicial. Os nós com demanda de coleta são representados por círculos e nós com demanda de entrega são representados por quadrados. As relações de precedência entre os pares esta representa por uma cor mesma cor. Dentro de cada nó estão as seguintes informações: número de identificação do nó, demanda (DE), tempo de início da janela de tempo (TI) e tempo de final da janela de tempo (TF). Cada aresta de conexão entre os nós possui um tempo de percurso informado. Para este exemplo, considerar o tempo de serviço de cada nó de 10 unidades de tempo.

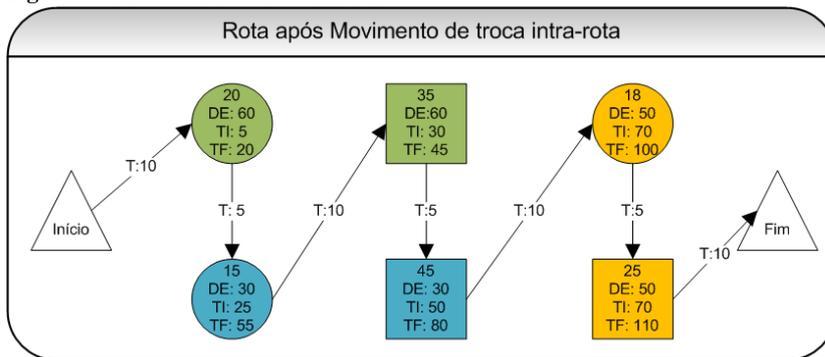
Figura 5 – Rota inicial.



Fonte: autoria própria.

A rota inicial com a seqüência 20-35-15-45-18-25 possui um tempo total de 135 unidades de tempo. A Figura 6 representa a alteração do trajeto obtida após o movimento de troca intra-rota.

Figura 6 - Movimento de troca intra-rota



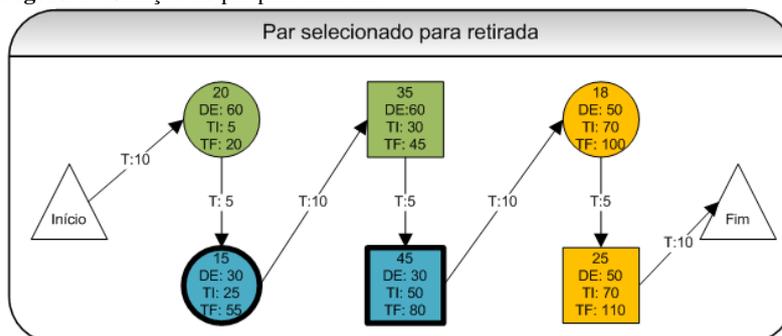
Fonte: autoria própria.

A nova rota, representada na Figura 6, possui a seqüência 20-15-35-45-18-25 e distancia total percorrida foi otimizada para 115 unidades de tempo, ou seja, 14,8% mais rápida que a rota inicial. Esta otimização é viável e factível, pois respeita as janelas de tempo impostas por cada nó, bem como as relações de precedência entre eles.

4.2.3.2 Movimento de realocação

Um par é selecionado (contorno em destaque) e retirado de sua rota como demonstra Figura 7. A rota escolhida possui um tempo total de percurso de 115 unidades de tempo.

Figura 7 - Seleção do par para retirada

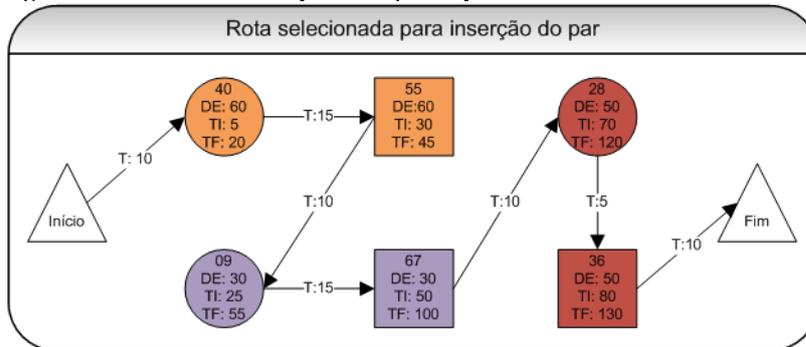


Fonte: autoria própria.

Após a retirada do par de nós selecionados, a rota é reorganizada e o custo é recalculado. A nova rota possui um tempo de total de percurso de 95 unidades de tempo. Portanto a retirada do nó provocou uma redução no tempo de percurso de 17,3 %.

Uma rota é selecionada para inserção do par (Figura 8).

Figura 8 - Rota modificada após inserção do par

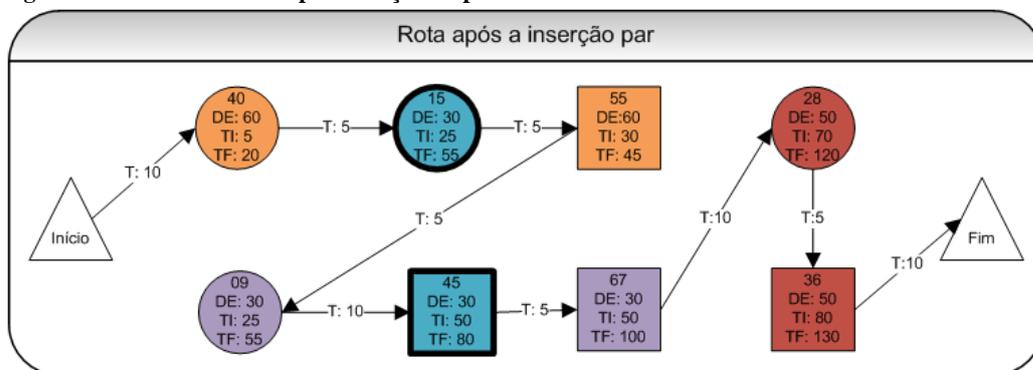


Fonte: autoria própria.

A rota selecionada possui um tempo total de percurso de 135 unidades de tempo. O par é testado em todas as posições da rota selecionada para inserção respeitando a ordem de precedência e a factibilidade de acordo com a disponibilidade das janelas de tempo.

Caso a posição para o par seja factível, é calculado o percentual de aumento no custo da rota em relação ao custo antes da inserção do par com contorno em destaque na Figura 9.

Figura 9 - Rota modificada após inserção do par



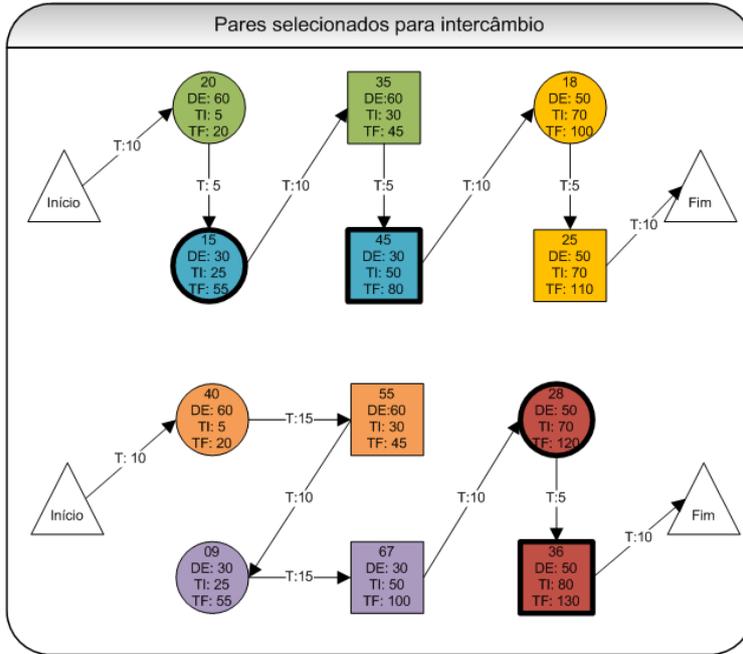
Fonte: autoria própria.

A rota é atualizada e seu custo total recalculado. A rota que apresentar o menor percentual de aumento no custo e factibilidade para par receberá os nós. Assim, após a inserção do par a rota o tempo total de percurso foi recalculado para 145 unidades de tempo, um aumento percentual de 7,4%.

4.2.3.3 *Movimento de Intercâmbio*

Para o movimento de intercâmbio são selecionados dois pares em rotas distintas (destacados pelo contorno na Figura 10). Estes pares são retirados e suas rotas são reconfiguradas e o custo total é recalculado.

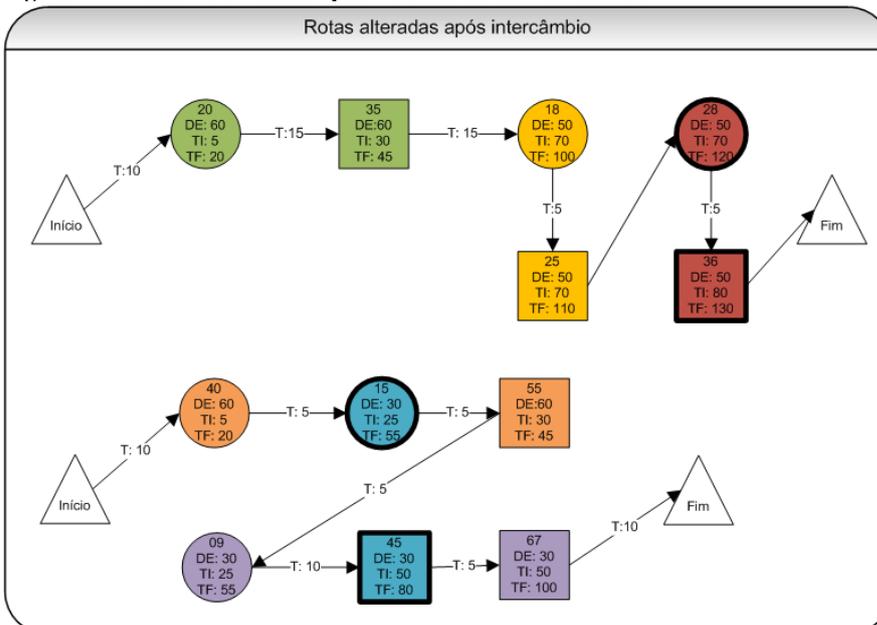
Figura 10 - Seleção dos pares para movimento de intercâmbio



Fonte: autoria própria.

Logo em seguida a inserção do par se dá de forma inversa em outra rota (Figura 11). Caso a inserção seja factível, o custo total é recalculado.

Figura 11 - Rotas modificadas após movimento de Intercâmbio



Fonte: autoria própria.

4.2.3.4 *Estratégia elimina rota*

Ao testar sucessivamente a factibilidade de um par pertencente a rota X em outras rotas, a rota X pode esvaziar-se por completo. Assim a quantidade de rotas da solução deve ser atualizada, pois a rota vazia deve ser desconsiderada, uma vez que seus antigos nós agora pertençam à outra(s) rota(s). Como o PRVCEJT considera o número de veículos de acordo com tratamento de não permitir que um veículo sobreponha-se um mais de uma rota. Esta estratégia além de diminuir o número total de rotas da solução também visa reduzir o número total de veículos empregados na solução.

4.3 Algoritmo ILS-VND

De acordo com Gonçalves *et al.* (2015), para solução dos PRVCEJT's, as heurísticas que utiliza a combinação das técnicas de *Iterated Local Search* (ILS) e *Variable Neighborhood Descent* (VND) em um algoritmo apresentam resultados mais satisfatórios quanto a otimização. Esta otimização esta relacionada com a distância total percorrida e número de veículos utilizados comparados aos resultados presentes na literatura.

A construção da solução inicial também influencia diretamente nos resultados obtidos. Segundo Gonçalves *et al.* (2015), os testes com estratégias de construção baseadas em PFIH superam os resultados obtidos com estratégia de construção *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP). No algoritmo proposto, e apresentado no algoritmo 3, a solução inicial passa por uma busca local para refinamento. Em seguida, a solução melhorada sofre perturbações e então é refinada através do procedimento VND, obtendo-se um novo ótimo local.

O VND implementado utiliza as estruturas de vizinhança primeiramente com trocas intra-rota, seguidas de intercâmbio e finalizada com realocação. A solução ótima local retornada pelo VND torna-se a solução corrente caso seja melhor que a anterior, em relação à função objetivo; caso contrário, ela é descartada e nova perturbação é feita a partir da solução melhorada. Se a perturbação não contribuiu para a melhoria da solução, o seu nível é aumentado na próxima iteração, senão o mesmo nível é mantido. O critério de parada da execução do algoritmo ILS-VND é o número de iterações sem melhora.

O procedimento gera uma solução inicial factível S_0 utilizando os algoritmos de PIFH ou Dijkstra. Esta solução é então refinada pelo VND com os movimentos de troca: intercâmbio, intra-rota e realocação sequencialmente, originando a solução S . Os procedimentos a seguir serão executados enquanto a condição de parada de 10 iterações sem melhora não for satisfeita.

A solução S sofre uma perturbação de primeiro estágio utilizando os movimentos de troca intra-rota e inter-rota em um percentual aleatório das rotas, originando em uma solução S_1 . A solução S_1 então passa pelo refinamento VND gerando uma solução S_1' . Caso a solução apresente um custo menor que a solução S , esta assume o lugar da solução S . Caso não apresente melhores resultados, a solução S sofre uma perturbação em segundo estágio utilizando o movimento de realocação em um percentual das rotas, gerando uma solução S_2 . Esta por sua vez passa pelo refinamento VND gerando uma solução S_2' . Caso a solução S_2' apresenta custo menor que solução S , esta assume o lugar da solução S e passa a ser rota configuração das rotas para as próximas iterações.

Algoritmo 5 - ILS-VND

Entrada: Instâncias	
Saída: Rota inicial para solução do PRVCEJT	
1	Início
2	<i>parada = 10</i>
3	Gerar solução inicial (S_0)
4	Busca local VND (S_0, S)
5	Enquanto <i>iteração</i> \leq <i>parada</i> faça
6	Perturbação 1 (S, S_1)
7	Busca local VND (S_1, S_1')
8	Se $f(S_1') < f(S_1)$ então
9	$S = S_1'$
10	Senão
11	Perturbação 1(S, S_2)
12	Busca local VND (S_2, S_2')
13	Se $f(S_2') < f(S_2)$ então
14	$S = S_2'$
15	Senão
16	<i>iteração = iteração + 1</i>
17	Fim
18	Fim
19	Fim
20	Retornar S
21	Fim

Fonte: adaptado de Gonçalves *et al.* (2015).

4.4 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Os experimentos foram realizados em duas fases. A primeira fase constrói-se a solução inicial utilizando os algoritmos PFIH (em duas versões) e *Dijkstra*. A segunda fase refina a solução inicial utilizando o algoritmo ILS-VND.

Os algoritmos foram implementados em linguagem de programação C++ utilizando compilador DEV-C++ versão 4.9.9.1 em computador com processador Intel CORE I7 com 6 gigabytes de memória RAM e sistema operacional Windows 8.1.

4.4.1 Descrição das instâncias

Para testar os algoritmos foram utilizadas, como referência, as 56 instâncias propostas por Li e Lim (2001) para o PRVCEJT, derivadas das instâncias de Solomon (1987), criadas para o PRVJT. Estas instâncias podem ser encontradas *online* no *link*:

<http://www.sintef.no/Projectweb/TOP/PDPTW/Li-Lim-benchmark/100-customers/>.

As instâncias, com 100 clientes cada, estão organizadas em três subconjuntos de acordo com as inter-relações de seus elementos. Nas instâncias do tipo *LC* os elementos são organizados em grupos ou cluster. O conjunto *LC* está subdividido em *LC1* e *LC2*. As instâncias do tipo *LR* não possuem organização, os elementos estão dispostos aleatoriamente. O conjunto *LR* está subdividido em *LR1* e *LR2*. As instâncias do tipo *LRC* são mistas: parte do conjunto possui organização em grupos e parte é aleatória. O conjunto *LRC* está subdividido em *LRC1* e *LRC2*. A Tabela 4 detalha a forma de apresentação das informações nas instâncias de Li e Lim (2001) para o PRVCEJT, e apresenta, como exemplo, parte dos dados da instância LC101.txt, do cliente 0 até o 4.

TABELA 4 - Instâncias de Li e Lim (2001).

Quantidade de veículos na frota	Capacidade de carga	Velocidade do veículo						
25	200	1						
Nó	Coordenada X	Coordenada Y	Demanda	Início janela de tempo	Fim janela de tempo	Tempo de serviço	Nó de Coleta	Nó de Entrega
0	40	50	0	0	1236	0	0	0
1	45	68	-10	912	967	90	11	0
2	45	70	-20	825	870	90	6	0
3	42	66	10	65	146	90	0	75
4	42	68	-10	727	782	90	9	0

Fonte: adaptado de Li e Lim (2001).

A demanda de carga do cliente caso o valor for positivo, indica coleta de mercadoria e se for negativo, indica entrega. O início e fim da janela de tempo definem o intervalo de tempo em que o cliente está disponível para receber o atendimento. O tempo de serviço que representa tempo total gasto para atendimento de um cliente. A coleta e entrega que representa o emparelhamento de clientes. Se o valor da coluna demanda for positivo, a coluna coleta recebe o valor 0 (zero); caso contrário, essa coluna recebe o número de identificação do cliente que receberá a mercadoria. Se o valor da coluna demanda for negativo, a coluna entrega recebe o número de identificação do cliente onde a mercadoria será coleta; caso contrário, essa coluna recebe 0 (zero).

4.4.2 Resultados dos algoritmos

Os resultados obtidos nos testes computacionais estão descritos nas Tabelas de 2 a 9, especificando os testes realizados com construção da solução inicial com PFIH (na Versão 1 e 2) mais ILS-VND e *Dijkstra* mais ILS-VND. Os resultados estão agrupados de acordo com os grupos *LC*, *LR* e *LRC*. A Tabela 5 apresenta os resultados dos testes para as instâncias do conjunto *LC*.

TABELA 5 - Resultado dos testes por instâncias

Inst.	PHIF (versão 1) + ILS-VND			PHIF (versão 2) + ILS-VND			Dijkstra + ILS-VND		
	NV	Distância	Custo	NV	Distância	Custo	NV	Distância	Custo
lc101	22	2679,04	18782,25	21	2646,81	18134,49	27	3208,14	22922,16
lc102	25	3317,30	19155,32	22	3022,07	17565,17	26	3427,10	20699,78
lc103	18	2808,05	15301,96	18	2808,05	15301,96	19	3339,52	14907,18
lc104	18	3238,02	11232,79	14	2571,12	10123,63	16	3360,35	11969,01
lc105	23	3228,87	19245,79	20	2769,76	16504,10	27	3236,77	21598,81
lc106	26	3468,21	20724,27	29	3965,15	24658,16	26	3019,74	20340,13
lc107	24	4152,77	19741,98	22	3128,91	17946,98	25	3839,26	20430,85
lc108	24	3064,40	15601,08	24	3122,07	19273,07	29	3536,80	21021,74
lc109	17	2787,83	11824,84	19	3557,47	15179,22	18	3088,98	13262,57
lc201	23	3188,40	61690,85	23	3188,40	61690,85	24	3846,45	62050,45
lc202	18	3244,56	45900,41	18	3244,56	45900,41	16	2930,18	41700,69
lc203	15	3606,23	34164,98	15	3606,23	34164,98	17	3481,48	35237,33
lc204	8	1249,42	17785,02	8	1926,49	13672,72	10	1415,31	15570,24
lc205	18	2168,49	28040,07	18	2168,49	28040,07	16	2771,46	40614,84
lc206	18	2467,64	30111,37	18	2467,64	30111,37	21	3665,52	50318,26
lc207	15	2271,94	23559,14	15	2271,94	23559,14	16	3761,78	38741,92
lc208	15	2524,37	27066,64	15	2524,37	27066,64	13	2551,27	33365,75
lr101	43	3203,27	7481,46	43	3035,93	7411,17	40	3211,96	7204,21
lr102	32	3043,79	5718,31	32	3043,79	5718,31	26	2675,94	4654,17

lr103	23	2594,30	4272,80	26	2876,95	4654,17	21	2367,54	3898,09
lr104	18	1780,72	3350,16	20	2548,23	3431,58	19	2629,93	3990,92
lr105	28	2924,87	5285,06	28	2887,80	5199,12	28	2417,50	4714,64
lr106	28	2751,82	4714,64	28	2751,82	4714,64	21	2482,65	4119,29
lr107	20	2599,23	3431,58	20	2599,23	3431,58	19	2494,66	3569,40
lr108	20	2592,56	4070,90	20	2592,90	4070,90	20	2499,44	3431,58
lr109	23	2677,81	4272,80	23	2677,81	4272,80	21	2643,30	3872,01
lr110	26	2744,01	4654,17	26	2744,01	4654,17	18	2333,53	3350,16
lr111	21	2474,58	3849,43	21	2474,58	3849,43	22	2992,01	4283,06
lr112	17	2183,71	3217,29	17	2183,71	3217,29	16	2261,16	3238,04
lr201	21	2734,81	14598,17	21	2734,81	14598,17	19	2960,59	13670,00
lr202	19	3275,15	13656,30	19	3275,15	13656,30	17	3189,27	12499,89
lr203	10	2735,25	7647,61	10	2735,25	7647,61	10	1526,52	5003,04
lr204	11	2597,42	8325,31	11	2597,42	8325,31	11	3348,06	6327,03
lr205	16	2809,22	10188,92	16	2809,22	10188,92	13	2472,23	8696,31
lr206	14	27729,41	10320,87	14	27729,41	10320,87	13	2360,67	7821,00
lr207	8	1062,54	5433,24	8	1062,54	5433,24	13	2648,54	8185,03
lr208	8	836,51	2044,48	8	836,51	2044,48	7	2003,99	3423,57
lr209	38	6817,48	20438,61	38	6817,48	20438,61	10	953,01	4053,89
lr210	12	2154,35	6716,76	12	2154,35	6716,76	12	1841,20	7702,55
lr211	12	550,49	2631,93	12	550,49	2631,93	7	1715,91	4544,14
lrc101	35	3929,49	6831,20	35	3929,49	6831,20	31	3373,33	5942,40
lrc102	29	3500,62	5226,20	29	3500,62	5226,20	24	3350,65	4989,78
lrc103	22	2829,16	4113,20	22	2829,16	4113,20	20	2794,49	3900,70
lrc104	19	3245,50	4360,47	19	3245,50	4360,47	19	2837,77	4189,30
lrc105	26	3229,48	5312,09	26	3229,48	5312,09	23	3064,02	4759,48
lrc106	22	2346,87	3433,97	25	3281,64	5011,74	21	2789,97	4170,62
lrc107	21	3084,48	4301,22	21	3084,48	4301,22	21	3820,31	5086,18
lrc108	21	2846,83	14598,17	21	2846,83	14598,17	19	2796,74	3937,07
lrc201	20	3529,18	12143,25	20	3529,18	12143,25	18	4138,24	11937,00
lrc202	14	2963,58	8629,85	14	2963,58	8629,85	17	4015,76	11963,30
lrc203	13	3186,01	9574,53	13	3186,01	9574,53	9	3476,29	4990,97
lrc204	15	1538,32	4599,29	15	1538,32	4599,29	11	3424,15	6527,05
lrc205	17	4205,45	12456,75	17	4205,45	12456,75	17	3965,06	13854,46
lrc206	16	3625,18	7919,20	16	3625,18	7919,20	14	2899,96	7282,63
lrc207	18	3956,88	9957,28	18	3956,88	9957,28	12	3532,37	7847,67
lrc208	11	1346,80	2727,84	11	1346,80	2727,84	9	3451,69	5962,62

Fonte: própria.

A tabela 5 demonstra a compilação dos resultados obtidos pelas soluções dos algoritmos. Em destaque (negrito) estão os melhores valores encontrados, por subconjunto de instâncias, em cada critério: número de veículos utilizados, distância total percorrida e custo total do percurso.

A Tabela 6 demonstra julgamento pelo método *Condorcet* quanto aos melhores resultados dos algoritmos pontuados em cada grupo de instâncias.

TABELA 6- Julgamento da heurística pelo método Condorcet

	Inst.	PHIF (versão 1) + ILS-VND	PHIF (versão 2) + ILS-VND	<i>Dijkstra</i> + ILS-VND
	Número de Veículos	LC	11	22
LR		10	7	50
LRC		4	4	39
	Inst.	PHIF (versão 1) + ILS-VND	PHIF (versão 2) + ILS-VND	<i>Dijkstra</i> + ILS-VND
	Distância percorrida Unidade de medida?	LC	15	21
LR		12	12	42
LRC		9	6	27
	Inst.	PHIF (versão 1) + ILS-VND	PHIF (versão 2) + ILS-VND	<i>Dijkstra</i> + ILS-VND
	Custo Total	LC	12	24
LR		8	7	45
LRC		8	5	30

Fonte: própria.

Para instâncias do grupo *LC* o algoritmo PFIH na versão 2 obteve melhores resultados em relação ao algoritmo de *Dijkstra*. Assim este algoritmo é mais indicado para conjuntos de nós que possuem um curto horizonte de programação. Portanto os intervalos das janelas de tempo são mais curtos.

Para o grupo *LR* (que não possui organização entre os elementos) e grupo *LRC* (que possui uma organização em apenas parte dos elementos) o algoritmo de *Dijkstra* se mostrou fortemente mais eficiente, pois gera um número menor de rotas e conseqüentemente utiliza um número menor de veículos para percorrê-las. Conseqüentemente as janelas de tempo destes grupos possuem intervalos mais variados e extensos o que beneficia a otimização do algoritmo de *Dijkstra*.

A Tabela 7 apresenta o resultado global quanto a quantidade de veículos por instância. Destacando uso dos algoritmos, PFIH (versão 1 e 2) e *Dijkstra*, para gerar a solução inicial e em seguida refinados com ILS-VND. Os resultados foram comparados sem considerar os subconjuntos de instâncias.

TABELA 7 - Análise Global – Quantidade de Veículos por instância Fonte: própria.

Análise global - Quantidade de Veículos por instância		
<i>Dijkstra</i>	30	54%
Empate	19	34%
PHIF (versão 2)	5	9%
PHIF (versão 1)	2	2%

Fonte: própria.

Analisando os resultados obtidos quanto a quantidade de veículos por instância, verificou-se que o algoritmo de *Dijkstra* apresentou melhor otimização. Em 30 instâncias, ou seja, 54%, o algoritmo de *Dijkstra* obteve melhor desempenho que os demais. O algoritmo de

PFIH versão 2, apresentou melhores resultados em 5 instâncias representando 9% do conjunto. E o algoritmo de PFIH, versão 1, apresentou melhores resultados em 2 subconjuntos, ou seja, em 2%. Em 19 instâncias, que representam 34%, houve empate de desempenho entre os algoritmos, como demonstra a Tabela 8.

TABELA 8 – Descrição dos empates nos resultados

Empates - Quantidade de Veículos por instância		
PHIF V1 e V2	10	18%
PHIF V1, V2 e <i>Dijkstra</i>	8	14%
PHIF V1 e <i>Dijkstra</i>	1	2%
PHIF V2 e <i>Dijkstra</i>	0	0%

Fonte: própria.

Os empates entre os algoritmos quanto a quantidade de veículos entre PFIH versão 1 e versão 2, ocorreram em 10 instâncias. Os três algoritmos empatam juntos em 8 instâncias. E algoritmo de PFIH versão 1 empatam com *Dijkstra* em 1 instância.

TABELA 9 - Análise global - Distância total por instância

Análise global - Distância total por instância		
<i>Dijkstra</i>	26	46%
Empate entre PHIF versão 1 e 2	19	34%
PHIF (versão 2)	6	11%
PHIF (versão 1)	5	9%

Fonte: própria.

Analisando os resultados, expressos na Tabela 9, quanto a Distância total percorrida nas rotas, verificou-se que o algoritmo de *Dijkstra* apresentou melhor otimização em 26 instâncias, ou seja, 46%. Em 19 instâncias, que representam 34%, houve empate entre PFIH versão 1 e versão 2. O algoritmo de PFIH versão 2 apresentou melhores resultados em 6 instâncias representando 11% do conjunto. E o algoritmo de PFIH versão 1 apresentou melhores resultados em 5 subconjuntos, ou 9%.

A Tabela 10 demonstra o desempenho dos algoritmos quanto ao custo total de transporte.

TABELA 10 - Análise global - Custo total da rota por instância

Análise global - Custo total da rota por instância		
<i>Dijkstra</i>	28	50%
Empate	18	32%
PHIF (versão 2)	6	11%
PHIF (versão 1)	4	7%

Fonte: própria.

O algoritmo de *Dijkstra* apresentou melhor otimização em 28 instâncias, ou seja, 50% do total. Em 18 instâncias ou 32% das instâncias, houve empate entre PFIH versão 1 e versão 2. O algoritmo de PFIH versão 2 apresentou melhores resultados em 6 instâncias representando 11% do conjunto e o PFIH versão 1 apresentou melhores resultados em 4 subconjuntos representando 7%.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho levantou os métodos de solução mais indicados e empregados para os problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, coleta e entrega e janelas de tempo, os PRVCEJT's. O estudo demonstrou que os algoritmos de busca local são mais utilizados na literatura para este tipo de problema, tratado como NP-complexo.

Na solução do PRVCEJT foram utilizados dois algoritmos de exploração da vizinhança. O PFIH que analisa o custo de inserção para determinar o vizinho próximo e o *Dijkstra* que se baseia na distância entre os nós para determinar o vizinho mais próximo. Um algoritmo tem sua premissa lógica no custo de inserção e outro na distância entre os nós.

Para refinamento da solução inicial foi utilizada uma heurística mista, com base em técnicas de busca local, composta por uma combinação dos algoritmos ILS e VND. O algoritmo de geração de solução inicial PFIH foi implementado em duas versões e refinado com o algoritmo ILS-VND. A combinação de algoritmo PFIH em sua segunda versão com ILS-VND apresentou melhores resultados no conjunto LC. Este conjunto de instâncias possui um pré-agrupamento entre os nós componentes e um horizonte mais restrito para as janelas de tempo. Já a combinação do algoritmo de *Dijkstra* com ILS-VND é mais indicada a instâncias sem pré-agrupamento e inter-relações. Produzindo melhores resultados em subconjuntos com amplo horizonte de tempo.

O algoritmo de PFIH mais heurística ILS-VND apresentou bons resultados no grupo de instâncias pré-organizadas. Porém o algoritmo de *Dijkstra* apresentou melhores resultados para instâncias com organização parcial ou não.

Os resultados obtidos demonstram a eficiência dos algoritmos em diferentes cenários do PRVCEJT. Porém estes resultados podem ser melhorados, pois ainda há outras estratégias presentes na literatura como enxame de partículas. Estas novas propostas podem ser conjugadas com a solução proposta possibilitando possíveis melhoras.

REFERÊNCIAS

AVCI, M.; TOPALOGLU, S. A hybrid local search algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Computers and Industrial Engineering**, Turquia, 2014.

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos**. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, São Paulo. 1996.

CHRISTIANSEN, M.; NYGREEN, B. A method for solving ship routing problems with inventory constraints. **Annals of Operations Research**, Trondheim, v. 81, p. 357-378, 1998.

COTTA, C.; Alba, E.; Troya, J. M. Stochastic **Reverse Hillclimbing and Iterated Local Search**, v. 2. IEEE Press, 1999. p. 1558–1565.

DUTRA, Carlos Eduardo; MONTANÉ, F. A. T. Heurísticas para o problema de rede de transporte rodoviário com carga fracionada. In: Simpósio de Engenharia de Produção, 16., 2009, Bauru. **Anais...** 2009, v. 1. p. 1-12.

DUTRA, Carlos Eduardo; MONTANÉ, F. A. T. Variable Neighborhood Search e Iterated Local Search Aplicado ao Problema de Rede de Transporte Rodoviário com Carga Fracionada. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2010, Bento Gonçalves. **Anais...** XLII SBPO, 2010. v. 1. p. 1-12.

GLOVER, F., G. A. K. **Handbook of Metaheuristics**. Boston: Springer, 2003.

GOEL, A.; GRUHN, V. A general vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, Leipzig, v. 19, p. 650–660, fev. 2008.

GONÇALVES, S. M. **Uma Metodologia para o Roteamento de Veículos – o Estudo de Caso da Distribuição de Água Mineral em Itú**. 2003. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

GONÇALVES, A. A. C.; Souza, S. R.; Silva, C. A. Um algoritmo híbrido para a solução do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega e janela de tempo. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. 2015.

LI, H.; LIM, A.. A MetaHeuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. In: International Conference on Tools with Artificial Intelligence, 13., 2001, Dallas, Estados Unidos. **Proceedings...**

LOURENÇO, H. R.; Martin, O. C.; Stützle, T. **Handbook of Metaheuristics**. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 2002. ch. Iterated Local Search.

MLADENOVIC, N.; HANSEN. Variable neighborhood Search. **Computers and Operations Research**, v. 24, p.1097–1100, 1997.

MONTOYA-TORRES, J. R. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. **Computers & Industrial Engineering**, Bogotá, v. 79, p. 115–129, 2015.

MUSTAFA, Avci; TOPALOGLU, Seyda, An adaptive local search algorithm for vehicle .**Combinatorial Optimization**, v.28 n.1, p.288-309, July 2014 .

QU, Y.; BARD, J. F. A branch-and-price-and-cut algorithm for heterogeneous pickup and delivery problems with configurable vehicle capacity. **Transportation Science**, Maryland , v. 49, p. 254–270, may 2015.

QU, Y.; BARD, J. F. The heterogeneous pickup and delivery problem with configurable vehicle capacity. **Transportation Research Part C**, Austin, v. 32, p. 1–20, mar. 2013.

SOLDATI, F. P.; VIANNA, D. S. ; COSTA, H. G. Uma análise bibliográfica para problemas de roteamento de veículos, com ênfase nas variantes com frota heterogênea e com coleta e entrega. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 22., 2015, Bauru.

SOLOMON, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. **Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 254–265.

5 TRABALHOS RELACIONADOS

Todos os trabalhos utilizados na seção 4.4 deste trabalho, e relacionados na tabela 2, são, de certa forma, trabalhos relacionados à esta dissertação, com a diferença de que suas metodologias se baseiam em revisões bibliográficas investigativas, procurando compreender os procedimentos e técnicas e como estas poderiam auxiliar na modelagem e solução dos PRVCEJT.

Nestas publicações há uma diversidade de abordagens e uso de várias técnicas de solução, mas destaca-se o trabalho de Goel e Gruhn (2008), pois fazem uma descrição detalhada dos cenários dos PRV's. O estudo de bibliografias apresentado relaciona as variações do PRV com as variáveis em cada cenário. O estudo proposto por Montoya-Torres *et al.* (2015) complementa os conceitos e abordagens mais específicas ao cenário dos problemas com entregas e coletas fracionadas com janelas de tempo.

Para os problemas de roteirização, que especificamente envolvem as janelas de tempo, pode-se destacar a importante contribuição de Solomon (1987) que propõem o algoritmo específico e demonstra sua aplicabilidade através de um conjunto de instâncias. Estas instâncias são utilizadas em vários trabalhos subsequentes e servem de métrica para a comparação de desempenho de heurísticas propostas para os PRVJT.

As instâncias de Solomon são a base da pesquisa de Li e Lim(2001) que abordam cenário semelhante, porem consideram a coleta e entrega de itens entre os nós que compõem a rota. Portanto seus estudos abordam especificamente os PRVCEJT's e propõem um conjunto de instâncias que também são utilizadas como métrica de desempenho para métodos de solução. Estas instâncias estão disponíveis *online* juntamente com um repositório que armazena um histórico dos trabalhos relacionados.

As pesquisas de Dutra e Montané (2010) e Qu e Bard(2015) apresentam soluções relevantes para referido trabalho, pois abordam o uso dos algoritmos que utilizam busca local para construção da solução. Eles destacam o uso dos algoritmos ILS e VND e como suas heurísticas exploram o espaço viável e sua relação com ótimos locais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A otimização no transporte problemas enfrentados dentro da indústria são foco de estudo constante, pois ao analisar as variadas restrições da cadeia logística, e há um amplo horizonte para melhoria dos métodos de solução empregados aos problemas de roteamento.

Os problemas de roteamento podem ter como restrições mais comuns a janela de tempo entre os pontos visitados, frota de veículos heterogêneos, capacidade de carga de cada veículo, coleta e entrega de materiais e entrega fracionada, caracterizados como PRVCEJT. Estes problemas possuem uma série de restrições gerando uma solubilidade complexa.

Esta solubilidade pode ser alcançada utilizando técnicas combinadas capazes de tratar com mais abrangência o PRVCEJT e suas restrições. Em alguns casos utiliza-se uma heurística de duas fases para evitar ótimos locais precipitados. As soluções mais utilizadas são as heurísticas utilizando algoritmos de busca local para refinamento das rotas.

O presente trabalho analisou e testou o desempenho das técnicas de otimização mais utilizadas, algoritmos PFIH e *Dijkstra*, para solução inicial. Após a geração da solução inicial o resultado passou por um refinamento utilizando a metaheurística mista ILS-VND que combina técnicas de busca local mais utilizadas na literatura. Os resultados foram analisados de acordo com número de veículos utilizados, distância total percorrida e custo total.

O algoritmo de PFIH mais heurística ILS-VND apresentou bons resultados no grupo de instâncias pré-organizadas. Porém o algoritmo de *Dijkstra* apresentou melhores resultados para instâncias com organização parcial ou não. Estes resultados apresentam uma variância semelhante ao melhor resultado encontrado na literatura.

Os algoritmos demonstraram praticidade de implementação e combinação. Mas podem ser aprimorados combinando outras técnicas que podem gerar melhores resultados. Os métodos evolutivos possuem boas técnicas para a solução dos problemas de roteamento. Uso de algoritmos genéticos ou enxame de partículas foram utilizados como forma de aprendizagem antecedendo as técnicas mais tradicionais, como busca local ou busca tabu, em heurísticas mistas. Os algoritmos evolutivos demonstram contribuições relevantes e tendem a ser utilizados em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

- ATAHRAN, A.; LENTÉ, C.; T'KINDT, V. A multicriteria dial-a-ride problem with an ecological measure and heterogeneous vehicles. **Journal of multi-criteria decision analysis**, Tours, v. 21, p. 279–298, mar. 2014.
- AVCI, M.; TOPALOGLU, S. A hybrid local search algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. **Computers and Industrial Engineering**, Turquia, p. 21532166, out. 2014.
- BELFIORE, P. P.; YOSHIZAKI, H. T. Y. Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas. **Produção**, Santa Catarina, v. 16, p. 455-469, set./dez. 2006.
- BELMECHERI, F. et al. An ant colony optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. In: SYMPOSIUM ON INFORMATION CONTROL PROBLEMS IN MANUFACTURING, 13., 2009. Russia, v.13.
- BELMECHERI, F. et al. Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. **J Intell Manuf**, Troyes, v. 24, p. 775–789, 2013.
- BENSLIMANE, M. T.; BENADADA, Y. Exact method for the multiregion vehicle routing problem in large quantities by a heterogeneous fleet of vehicles. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON LOGISTICS AND OPERATIONS MANAGEMENT, 2., 2014, New York. **Proceedings...** p. 7078, 2014.
- BERGHIDA, M.; BOUKRA, A. EBBO: an enhanced biogeography-based optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows. **Int J Adv Manuf Technol**, Algiers, v. 77, p. 1711–1725, 2015.
- BOSCHETTI, M.; MANIEZZO, V. A set covering based matheuristic for a real-world city logistics problem. *International transactions in operational research*, **Bologna**, v. 22, p. 169–196, 2015.
- CAMPOS, G. G.; YOSHIZAKI, H. T. Y. Algoritmos genéticos e computação paralela para problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo e entregas fracionadas. **Gestão e Produção**, São Paulo, v. 13, p. 271-281, mai./ago. 2006.
- CESELLI, A. et al. A column generation algorithm for a rich vehicle routing problem. **Transportation Science**, Crema, v. 1, p. 5669, fev. 2009.

CHRISTIANSEN, M.; NYGREEN, B. A method for solving ship routing problems with inventory constraints. **Annals of Operations Research**, Trondheim, v. 81, p. 357-378, 1998.

COSTA, H. G. Modelo para webibliomining: proposta e caso de aplicação. **Revista da FAE**, v. 13, p. 115–126, 2010.

CRUZ, J. J. et al. A two-pheromone trail ant colony system—tabu search approach for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows and multiple products. **J Heuristics**, Barranquilla, v. 19, p. 233–252, 2013.

DONDO, R.; MÉNDEZ, C. A.; CERDÁ, J. An optimal approach to the multiple-depot heterogeneous vehicle routing problem with time window and capacity constraints. **Latin American Applied Research**, Santa Fe, v. 33, p. 129-134, 2003.

DONDO, R.; CERDÁ, J. The heterogeneous vehicle routing and truck scheduling problem in a multi-door cross-dock system. **Computers and Chemical Engineering**, Santa Fe, v. 76, p. 42–62, fev. 2015.

GLOVER, F., G. A. K. **Handbook of Metaheuristics**. Boston: Springer, 2003.

FILSBERG, P.; LIDÉN, B.; RÖNNQVIST, M. A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks. **Computers & Operations Research**, Uppsala, v. 36, p. 1122-1144, 2007.

FRASSON, Antonio Carlos; CARNEIRO, Edevaldo Rodrigues, (Orgs.). **Coletânea nacional sobre educação a distância**. Curitiba, PR: Atena Editora, 2016. 1782 Kb; PDF.

GATH, M. Agentbased dispatching in groupage traffic. In: IEEE SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE IN PRODUCTION AND LOGISTICS SYSTEMS, 2013, New York. **Proceedings...** p. 5460.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994. 207 p.

GOEL, A.; GRUHN, V. A general vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, Leipzig, v. 19, p. 650–660, fev. 2008.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2005.

GRIMAULT, A. et al. A twophase heuristic for full truckload routing and scheduling with split delivery and resource synchronization in public works. **Logistics and Operations Management**, p. 5761, 2014.

HENNIG, F.; NYGREEN, B.; LÜBBECKE, M. E. Nested column generation applied to the crude oil tanker routing and scheduling problem with split pickup and split delivery. **Wiley Online Library**, Trondheim, abr. 2012.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. São Paulo: AMGH, 2010.

IORI, M.; MARTELLO, S. Routing Problems with Loading Constraints. **TOP: An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research**, v. 18, p. 4–27, 2010.

KECECI, B.; ALTIPARMAK, F.; KARA, I. The heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: a hybrid heuristic approach based on simulated annealing. **Computers and Industrial Engineering**, Turquia, 2014.

KERGOSIEN, Y. et al. Metaheuristic algorithms for solving two interconnected vehicle routing problems in a hospital complex. **Computers & Operations Research**, Tours , v. 40, p. 2508–2518, 2013.

KIM, G.; KIM, S. A simultaneous delivery and pickup heterogeneous vehicle routing problem with separate loading area. **Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers**, Coréia, v. 39, p. 554561, 2013.

LINFATI, R.; ESCOBAR, J. W.; GATICA, G. Un algoritmo metaheurístico para el problema de localización y ruteo con flota heterogénea. **Ingeniería y Ciencia, Medellín**, v. 10, p. 55–76, jan/jun. 2014.

LOURENÇO, H. R.; Martin, O. C.; Stützle, T. **Handbook of Metaheuristics**, v. 57 of International Series in Operations Research and Management Science. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 321-353.

LUBBECKE, M. E.; ZIMMERMANN, U. T. Engine routing and scheduling at industrial in-plant railroads. **Transportation science**, Braunschweig, v. 37, p. 183197, maio 2003.
MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood Search, **Computers and Operations Research**, v. 24, p.1097–1100, 1997.

MONTOYA-TORRES, J. R. et al. A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots. **Computers & Industrial Engineering**, Bogotá, v.79, p. 115–129, 2015.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional – Curso Introductorio**. São Paulo: Thomson, SP, 2007.

MUELAS, S.; LATORRE, A.; PEÑA, J. M. A distributed VNS algorithm for optimizing dial-a-ride problems in large-scale scenarios. **Transportation Research Part C**, Madrid, v. 54, p. 110–130, mar. 2015.

NG, A. S. et. al. Heterogeneous truck routing policies with tour routing time restriction: a case study of a malaysian trucking company. **International Journal of Logistics Systems and Management**, Hong Kong, v. 17, p. 498 - 522, 2014.

NISHI, T.; IZUNO, T. Column generation heuristics for ship routing and scheduling problems in crude oil transportation with split deliveries. **Computers and Chemical Engineering**, Toyonaka, v. 60, p. 329-338, 2014.

PARRAGH, S. N. Introducing heterogeneous users and vehicles into models and algorithms for the dial-a-ride problem. **Transportation Research Part C**, Vienna, v. 19, p. 912–930, 2011.

PIQUERAS, V.Y.; MEDINA FOLGADO, J. R. VPRTW economical optimization of transport networks (optimización económica de redes de transporte del tipo VRPTW). **Revista de Obras Publicas**, Valencia, v. 150, p. 3139, 2003.

PITERA, K. Evaluation of emissions reduction in urban pickup systems heterogeneous fleet case study. **Transportation Research Record**, Washington, v. 2224, p. 816, 2011.

QU, Y.; BARD, J. F. A branch-and-price-and-cut algorithm for heterogeneous pickup and delivery problems with configurable vehicle capacity. **Transportation Science, Maryland**, v. 49, p. 254–270, mai. 2015.

QU, Y.; BARD, J. F. The heterogeneous pickup and delivery problem with configurable vehicle capacity. **Transportation Research Part C**, Austin, v. 32, p. 1–20, mar. 2013.

RIOSMERCADO, R. Z. A grasp for a multidepot multicommodity pickup and delivery problem with time windows and heterogeneous fleet in the bottled beverage industry. **Computational logistics**, Copenhagen, v. 8197, p. 143157, set. 2013.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas, 1999.

SUCUPIRA, I. **Métodos heurísticos genéricos: metaheurísticas e hiper-heurísticas.**, IME/USP, 2007.

TIAN, Y.; WU, W. Q. A heuristic algorithm for vehicle routing problem with heterogeneous fleet, simultaneous pickup and delivery. **Systems Engineering Society of China**, China, v. 35, p. 183190, 2015.

TOTH, P.; VIGO, D. An overview of vehicle routing problems. **The Vehicle Routing Problem**, Philadelphia, v. 9, p. 1–26, 2002.

TÜTÜNCÜ, G. Y. An interactive gramps algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem with and without backhauls. **European Journal of Operational Research**, França, v. 201, p. 593–600, 2010.