

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – UCAM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Larissa de Sousa Moreira

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DE APPLETS GEOGEBRA NO AUXÍLIO À
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ
Março de 2016

UNIVERSIDADE CANDIDO MENDES – UCAM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM PESQUISA OPERACIONAL E
INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL
CURSO DE MESTRADO EM PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Larissa de Sousa Moreira

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DE APPLETS GEOGEBRA NO AUXÍLIO À
APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em
Engenharia de Produção da Universidade Candido Mendes –
Campos/RJ, para obtenção do grau de MESTRE EM
PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Orientador: Prof. Eduardo Shimoda, D.Sc.

Coorientadora: Prof^a Silvia Cristina Freitas Batista, D.Sc

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ
Março de 2016.

FICHA CATALOGRÁFICA

M835a Moreira, Larissa de Sousa.

Avaliação da eficácia de applets geogebra no auxílio à aprendizagem de matemática/ Larissa de Sousa Moreira. – 2016.
159 f.; il.

Orientador: Eduardo Shimoda.

Coorientador: Silvia Cristina Freitas Batista

Dissertação de Mestrado em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional – Universidade Candido Mendes – Campos. Campos dos Goytacazes, RJ, 2015.

Bibliografia: f. 53-56; 92-95; 131-134; 137 - 143.

1. Educação matemática – estudo e ensino. 2. Applets GeoGebra (^software de matemática dinâmica). 3. Geometria dinâmica – estudo e ensino. Universidade Candido Mendes – Campos. II. Título.

CDU: 37:51+004.4

LARISSA DE SOUSA MOREIRA

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DE APPLETS GEOGEBRA NO AUXÍLIO À APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado em
Engenharia de Produção da Universidade Candido Mendes –
Campos/RJ, para obtenção do grau de MESTRE EM
PESQUISA OPERACIONAL E INTELIGÊNCIA
COMPUTACIONAL

Avaliada em 02 de março de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Eduardo Shimoda, D.Sc. - Orientador
Universidade Candido Mendes

Prof^a Silvia Cristina Freitas Batista, D.Sc. – Coorientadora
Instituto Federal Fluminense

Prof. Aldo Shimoya, D.Sc.
Universidade Candido Mendes

Prof. Luiz Antônio Fonseca Peçanha Junior, D.Sc.
Instituto Federal Fluminense

CAMPOS DOS GOYTACAZES, RJ
2016

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas bênçãos dadas ao longo da minha vida.

Ao meu orientador Eduardo Shimoda, pela dedicação em todas as etapas desse trabalho.

A minha co-orientadora Silvia Cristina Freitas Batista, pela dedicação e paciência e por sempre me inspirar como profissional.

Aos meus pais, por toda a formação e orientação que me deram e continuam me dando.

Ao Instituto Federal Fluminense (IFF) pelo apoio financeiro, que viabilizou esta pesquisa.

Aos professores do MPOIC, pelos ensinamentos e aos colegas de curso, principalmente, à amiga Deborah, pela colaboração.

A Michelle Maria Freitas Neto, diretora do IFF *campus* Itaperuna, que incentivou a realização dessa pesquisa.

Aos meus amigos Alina, Raphael e Sávio pelo apoio nos momentos que precisei de incentivo e força para continuar e finalizar a pesquisa.

Aos meus alunos do IFF *campus* Itaperuna do ano letivo de 2015, que participaram efetivamente durante a realização do experimento.

Enfim, a todos que colaboraram direta e indiretamente para o desenvolvimento desse trabalho.

A maior recompensa para o trabalho do homem não é o que ele ganha com isso, mas o que ele se torna com isso

John Ruskin

RESUMO

AVALIAÇÃO DA EFICÁCIA DE *APPLET* GEOGEBRA NO AUXÍLIO AO ENSINO DE MATEMÁTICA

O presente trabalho teve por objetivos: (1) realizar uma revisão de literatura sistematizada com indicadores bibliométricos a respeito dos temas associados: “*mobile learning*”, “Matemática” e “*tablets*”; (2) desenvolver e descrever *applets* GeoGebra, otimizados para *tablets*, e atividades didáticas que conduzem à construção de conhecimento sobre áreas de figuras planas; (3) avaliar a eficácia de *applets* GeoGebra para *tablets* e de uma apostila de atividades na aprendizagem de áreas de figuras planas com alunos do Ensino Médio. Para tal, foi realizada pesquisa bibliométrica e bibliográfica a respeito dos temas conjugados “matemática”, “*tablets*” e “*mobile learning*” na base *Scopus* em agosto de 2015, sendo coletados dados relacionados à produção por ano, principais autores, instituições, periódicos, dentre outros. Posteriormente, foram desenvolvidos *applets* relacionados à determinação da área de figuras planas no *software* GeoGebra, sendo conduzido um experimento com três grupos de alunos que sofreram intervenções com (a) o uso de *applets* GeoGebra e (b) o uso de livro didático. As análises estatísticas consistiram na verificação dos efeitos individuais e da interação entre as intervenções. Quanto à análise bibliométrica, verificou-se crescimento de 166% nas publicações entre 2010 e 2015, sendo que o país que mais publica é os Estados Unidos, o tipo de documento mais encontrado é artigos de conferência e as principais áreas foram Ciências da Computação e Ciências Sociais. A revisão sistematizada da literatura permitiu a seleção de 14 artigos, sendo que a maioria investigou os efeitos do uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática. Quanto aos desenvolvimento e avaliação dos *applets*, foi possível otimizar 13 planilhas eletônicas que permitem análises a respeito da determinação da área de figuras planas, como Trapézio, Retângulo, Quadrado, Paralelogramo, Triângulo, Hexágono Regular, dentre outros. No que se refere à utilização das intervenções para aprendizagem, de forma geral, os *applets* se mostraram significativamente eficazes tanto com o uso do livro, quanto sem o uso dele, sendo os resultados melhores quando se utiliza os *applets* antes do livro didático. Os *applets* foram eficazes nos três graus de dificuldade de questão (fáceis, médias e difíceis) e nos dois grupos de alunos (média semestral menor do que 6 e média semestral maior do que 6 ou igual a 6). No entanto, nas questões fáceis e nos alunos com média semestral menor do que 6, o efeito dos *applets* só ocorreu mediante a utilização do livro.

PALAVRAS-CHAVE: Applets GeoGebra. Tablet. Áreas de figuras planas. Avaliação de eficácia.

ABSTRACT

EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF GEOGEBRA APPLETS ON SUPPORT TO MATHEMATICS TEACHING.

The purpose of this research is: (1) to conduct a systematic literature review with bibliometric indicators about the associated themes: "mobile learning", "mathematics" and "tablets"; (2) to develop and describe GeoGebra applets, optimized for tablets, and didactic activities, which conduce to the knowledge construction about area of plane figures; and (3) to evaluate the effectiveness of GeoGebra applets for tablets and of a book in the learning of areas of plane figures with high school students. For this, a bibliometric and bibliographical research concerning the conjugate themes "mathematics", "tablets" and "mobile learning" was carried out in Scopus database in August 2015, being collected data referring to the production by year, main authors, institutions, journals, among others., Subsequently, applets related to determining the area of plane figures in GeoGebra software were developed, being conducted a practice with three groups of students who experienced interventions (a) using GeoGebra applets and (b) a didactic book. The statistical analyses consisted of verifying the individual effect and the interaction between the interventions. Respecting the bibliometric analysis, it was verified an increase of 166% of published articles between 2010 and 2015. The United States proved to be the one that most produce in the area. The kind of document most found were conference papers and the main areas were Computer Science and Social Science. The systematic review of the literature allowed selecting 14 papers. Most of them examined the effects of the use of tablets in mathematics learning. When referring to the development and evaluation of the applets, it was possible to optimize 13 spreadsheets, which allow the analyses related to the determination of the area of plane figures as Trapezoid, Rectangle, Square, Parallelogram, Triangle and Regular Hexagon among others. When using the interventions for learning, the applets, as a general overview, appeared to be significantly effective both using the book and not using it, presenting better results when the applets were used previously to the didactic book. The applets were effective in the three difficulty levels of questions (easy, medium and difficult) and in the two students' groups (semester average < 6 and semester average > 6). However, in the easy questions and in students who had semester average < 6, the effects of the applets only occurred when using the book.

KEYWORDS: GeoGebra applets. Tablet. Areas of plane figures. Effectiveness evaluation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto ao ano de publicação, sendo o ano de 2015, considerado até o mês de agosto.	30
Figura 2:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto ao ano de publicação, sendo o ano de 2015, considerado até o mês de agosto.	30
Figura 3:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” por autores.	31
Figura 4:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” por autores.	32
Figura 5:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto ao tipo de documento.	36
Figura 6:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto ao tipo de documento.	37
Figura 7:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto às áreas subjetivas.	37
Figura 8:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto às áreas subjetivas.	38
Figura 9:	Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio encontrado no site oficial do GeoGebra.	62
Figura 10:	Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio em três momentos.	63
Figura 11:	Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio.	64
Figura 12:	Transformação do trapézio em um paralelogramo de mesma área.	64
Figura 13:	Ideia intuitiva de área.	69
Figura 14:	Área do Retângulo.	70
Figura 15	Área do Retângulo 2.	71

Figura 16	Área do Paralelogramo.	73
Figura 17	Área do Paralelogramo após mover o seletor T.	74
Figura 18	Área do Triângulo.	75
Figura 19	Área do Triângulo após mover o ponto C.	76
Figura 20	Área do Triângulo após mover os pontos C e B.	77
Figura 21	Área do Triângulo após mover os pontos C, B e P.	78
Figura 22	Área do Triângulo 2.	78
Figura 23	Área do Triângulo 2 após mover o seletor T.	79
Figura 24	Altura do Triângulo equilátero	80
Figura 25	Altura do Triângulo equilátero após marcar as caixas ordenadas	81
Figura 26	Área do Hexágono Regular	82
Figura 27	Área do Hexágono Regular após mover o seletor T	83
Figura 28	Área do Trapézio	84
Figura 29	Área do Trapézio após mover o seletor T	85
Figura 30	Área do Losango	86
Figura 31	Área do Losango após marcar as caixas ordenadas	86
Figura 32	Área do Losango após mover os seletores referentes às diagonais	87
Figura 33	Área do Círculo	88
Figura 34	Área do Círculo após mover o seletor C	89
Figura 35	Área do Círculo após marcar a caixa “Divisão”	90
Figura 36	Área do Círculo após mover o seletor R	90
Figura 37	Área do Círculo após mover os seletores D e R	91
Figura 38	Etapas do experimento	108
Figura 39	Área do Paralelogramo	111
Figura 40	Área do Paralelogramo após mover o seletor T	112
Figura 41	Média de acerto dos três grupos no Teste 1	118
Figura 42	Média de acerto do Grupo Controle em cada um dos testes	119
Figura 43	Efeito do uso do livro didático e do uso dos applets	120
Figura 44	Índice de acerto geral em cada nível de questão	120
Figura 45	Índice de acerto geral dos grupos de alunos segundo a MS	121
Figura 46	Média de acerto dos Grupos L-A e A-L	122
Figura 47	Médias referentes a cada intervenção	123
Figura 48	Médias dos alunos nas questões fáceis, médias e difíceis	125
Figura 49	Média de acerto dos participantes, em cada intervenção, relacionado à média semestral (MS) na disciplina de Matemática	128

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto às instituições.	33
Tabela 2:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto às instituições.	34
Tabela 3:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto aos países.	35
Tabela 4:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto aos países.	35
Tabela 5:	Distribuição dos registros sobre “m-learning” e “Matemática” quanto ao veículo de publicação.	39
Tabela 6:	Distribuição dos registros sobre “tablet” e “Matemática” quanto ao veículo de publicação.	40
Tabela 7:	Total de alunos por turma e número de participantes.	117
Tabela 8:	Médias obtidas em cada teste pelos grupos.	118
Tabela 9:	Efeito das intervenções na média dos participantes.	123
Tabela 10:	Interação Applets x Livro*.	124
Tabela 11:	Interação Livro x Applets	124
Tabela 12:	Efeito das intervenções na média de acerto das questões fáceis .	125
Tabela 13:	Interação Applets x Livro*.	126
Tabela 14:	Interação Livro x Applets*	126
Tabela 15:	Efeito das intervenções na média de acerto das questões médias .	127
Tabela 16:	Efeito das intervenções na média de acerto das questões difíceis* .	127
Tabela 17:	Efeito das intervenções no grupo de alunos com MS < 6.0.	128
Tabela 18:	Efeito da interação Applets x Livro no índice de acerto dos alunos com MS < 6,0.	129

Tabela 19: Efeito da interação Livro x Applets no índice de acerto dos alunos com MS < 6,0. 129

Tabela 20: Efeito das intervenções no grupo de alunos com MS > 6. 129

LISTA DE QUADROS

Quadro 1:	Títulos e autores dos trabalhos divididos por ano de publicação.	42
Quadro 2:	Trabalhos classificados segundo as categorias de Crompton e Burke (2014).	50
Quadro 3:	Vantagens destacadas dos trabalhos analisados.	51
Quadro 4:	Atividade para a dedução da fórmula da área do triângulo a partir da fórmula da área do retângulo.	65
Quadro 5:	Atividade 1 da apostila.	69
Quadro 6:	Atividade 2 da apostila.	72
Quadro 7:	Atividade 4 da Apostila	74
Quadro 8:	Primeira parte da Atividade 5 da apostila .	76
Quadro 9:	Terceira parte da Atividade 5 da apostila.	81
Quadro 10:	Atividade 6 da apostila.	83
Quadro 11:	Atividade 9 da apostila.	89
Quadro 12:	Atividade 4 da apostila.	111
Quadro 13:	Cálculos realizados para validar o experimento.	113
Quadro 14:	Cálculos realizados para verificar o efeito do livro e dos applets.	114
Quadro 15:	Comparação realizada entre as notas finais dos dois grupos de tratamento.	116
Quadro 16:	Relação das médias obtidas.	116

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1:	Cálculo da Área de um Triângulo Qualquer.	79
Equação 2:	Cálculo da Área do Hexágono	84
Equação 3:	Cálculo da Área do Trapézio (1)	85
Equação 4:	Cálculo da Área do Trapézio (2)	85
Equação 5:	Cálculo da Área do Losnago.	87
Equação 6:	Área do Paralelogramo Formado pelas Partes do Círculo.	91
Equação 7:	Cálculo da Área do Trapézio (3)	112
Equação 8:	Fórmula das Médias obtidas a Partir do Número de Acertos em Cada um dos Testes.	113
Equação 9:	Fórmula para calcular as Médias das Questões por Nível de Dificuldade.	113
Equação 10:	Fórmula para Calcular a Média de Acerto em Cada Nível.	115
Equação 11:	Fórmula para Calcular os Índices de Acerto em Cada Grupo.	115

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

3D – Tridimensional

ggb. – Extensão de arquivo do software GeoGebra

HTML – HyperText Markup Language

HTML5 – Hypertext Markup Language, versão 5

m-learning – mobile learning

OCEM – Orientações Curriculares do Ensino Médio

PDF – Portable Document Format

QI – Quociente de inteligência

QR Code – Quick Response Code

TD – Tecnologias Digitais

SUMÁRIO

1:	INTRODUÇÃO.	21
1.1:	CONTEXTUALIZAÇÃO.	21
1.2:	OBJETIVOS.	22
1.2.1:	Objetivo Geral.	22
1.2.2:	Objetivos Específicos.	22
1.3:	ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO.	23
2:	MOBILE LEARNING E MATEMÁTICA: ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA E REVISÃO SISTEMATIZADA DA LITERATURA .	25
2.1:	RESUMOS.	25
2.1.1:	Resumo em Língua Vernácula.	25
2.1.2:	Resumo em Língua Estrangeira: Abstract.	26
2.2:	INTRODUÇÃO.	27
2.3:	ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA.	28
2.3.1:	Metodologia.	28
2.3.2:	Resultados e Discussão.	29
2.3.2.1:	Distribuição das Publicações por Ano.	29
2.3.2.2:	Distribuição das Publicações por Autores.	31
2.3.2.3:	Distribuição das Publicações por Instituições.	32
2.3.2.4:	Distribuição das Publicações por País/Território.	34
2.3.2.5:	Distribuição das Publicações por Tipo de Documento.	36
2.3.2.6:	Distribuição das Publicações por Áreas Subjetivas.	37
2.3.2.7:	Distribuição das Publicações por Veículos de Publicação.	38

2.4:	REVISÃO SISTEMATIZADA DA LITERATURA.	40
2.4.1:	Metodologia.	41
2.4.2:	Resultados e Discussão.	42
2.4.2.1:	Ano de 2012.	43
2.4.2.2:	Ano de 2013.	44
2.4.2.3:	Ano de 2014.	46
2.4.2.4:	Ano de 2015.	48
2.5:	CONSIDERAÇÕES FINAIS.	51
2.6:	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
3:	DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.	57
3.1:	RESUMOS.	57
3.1.1:	Resumo em Língua Vernácula.	57
3.1.2:	Resumo em Língua Estrangeira: Abstract.	58
3.2:	INTRODUÇÃO.	58
3.3:	REVISÃO DE LITERATURA.	60
3.3.1:	Dificuldades na Aprendizagem de Áreas de Figuras Planas.	60
3.3.2:	GeoGebra na Aprendizagem de Áreas de Figuras Planas.	62
3.4:	METODOLOGIA.	66
3.5:	RESULTADOS E DISCUSSÃO.	68
3.5.1:	Ideia intuitiva de Área.	68
3.5.2:	Área do Retângulo e do Quadrado.	70
3.5.3:	Área do Paralelogramo.	72
3.5.4:	Área do Triângulo.	75
3.5.5:	Área do Hexágono Regular.	82
3.5.6:	Área do Trapézio e do Losango.	84
3.5.7:	Área do Círculo.	88
3.6:	CONSIDERAÇÕES FINAIS.	92
3.7:	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
4:	AVALIAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.	96
4.1:	RESUMOS.	96
4.1.1:	Resumo em Língua Vernácula.	96

4.1.2:	Resumo em Língua Estrangeira: Abstract.	96
4.2:	INTRODUÇÃO.	97
4.3:	REVISÃO DE LITERATURA.	100
4.3.1:	Avaliação da Eficácia do Software GeoGebra na Aprendizagem.	100
4.3.2:	Avaliação da eficácia de aplicativos de Matemática para tablets.	103
4.4:	METODOLOGIA.	107
4.4.1:	Desenho do Experimento.	107
4.4.2:	Medidas.	109
4.4.3:	Participantes.	109
4.4.4:	Intervenção com o Uso do Livro Didático.	109
4.4.5:	Intervenção com o Uso dos Applets GeoGebra em Tablets.	110
4.4.6:	Coleta de Dados.	112
4.4.6.1:	Cálculo para Verificar a Homogeneidade dos Grupos e o Efeito da Repetição.	113
4.4.6.2:	Cálculo das Médias dos Efeitos do Livro Didático e dos Applets.	113
4.4.6.3:	Cálculo do Nível de Dificuldade das Questões.	114
4.4.6.4:	Divisão dos Alunos Segundo a Média Semestral.	115
4.4.6.5:	Cálculo do Efeito da Ordem que os Applets foram usados.	115
4.4.6.6:	Cálculo do Efeito dos Applets nos Estratos.	116
4.5:	RESULTADOS E DISCUSSÃO.	117
4.5.1:	Homogeneidade dos Grupos e Efeito da Repetição dos Testes.	118
4.5.2:	Efeitos do Livro Didático e dos Applets.	119
4.5.3:	Índice de Acerto das Questões.	120
4.5.4:	Índice de Acerto nos Grupos Segundo a Média Semestral.	121
4.5.5:	Efeito da Ordem em que os Applets foram Utilizados.	121
4.5.6:	Efeito dos Applets nos Estratos.	122
4.6:	CONSIDERAÇÕES FINAIS.	130
4.7:	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	131
5:	CONSIDERAÇÕES FINAIS.	135
5.1:	CONCLUSÕES.	135
5.2:	TRABALHOS FUTUROS.	136
6:	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137

APÊNDICE A: APOSTILA “ESTUDANDO ÁREAS DE FIGURAS PLANAS COM APPLETS GEOGEBRA EM TABLETE	144
APÊNDICE B: TESTE: ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.	156

1: INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O desenvolvimento de tecnologias sem fio vem permitindo que o uso de dispositivos móveis se torne cada vez mais comum e necessário (WU et al., 2012).

O uso dos dispositivos móveis apresenta várias características vantajosas como o *touchscreen*, que permite a entrada sem mouse ou teclado, a bateria de longa duração, a capacidade de se conectar à internet e a disponibilidade de vários aplicativos para *download* de baixo custo (FISHER; LUCAS; GALSTYAN, 2013; BRYANT et al., 2015; ZHANG et al., 2015).

Dentre os dispositivos móveis, destacam-se os *tablets*. Na Matemática, esses dispositivos permitem aos alunos a exploração de diferentes abordagens nas tarefas de representação de soluções, facilita a visualização e a comunicação, favorece o desenvolvimento do pensamento crítico, aumenta o interesse nos estudos, e é de fácil aceitação (PRECIADO-BABB, 2012; AMIRNUDIN; SULAIMAN, 2013; RICONSCENTE, 2013; AGOSTINHO, 2015). Além disso, os *tablets* permitem aos professores apresentarem um conceito envolvendo alunos auditivos, visuais e cinestésicos simultaneamente, devido a sua adaptabilidade a diferentes estilos de aprendizagem (ADAMS; CHUNG, 2013).

Diversos pesquisadores estão promovendo o ensino e aprendizagem de Matemática por meio do uso de aplicativos educacionais em *tablets* (BERTOLO; VIVIAN; DINET, 2013; RICONSCENTE, 2013; PITCHFORD, 2015; ZHANG et al., 2015). Dentre as vantagens no uso de aplicativos destaca-se a facilidade de visualização em 3D, o fornecimento de *feedback* imediato, o apoio ao

desenvolvimento de habilidades e a compreensão de processos complexos por meio de passos menores.

No entanto, segundo Adams e Chung (2013), há uma deficiência em estudos quantitativos e um excesso de estudos qualitativos que não trazem conclusões claras no que diz respeito à eficácia de aplicativos em *tablets* na melhoria da compreensão, colaboração e interação do aluno.

Um tipo de aplicativo que pode ser utilizado em *tablets* é o *applet* GeoGebra. *Applets GeoGebra* são construções elaboradas no *software* de Matemática Dinâmica chamado *GeoGebra*. Um *applet* permite a visualização de vários elementos de forma dinâmica, no qual alguns objetos podem ser modificados enquanto outros são mantidos (HAVELKOVÁ, 2013).

Particularmente, no ensino de áreas de figuras planas, Lara (2013) e Afonso (2013) concluíram que o uso de *applets GeoGebra* contribui na dedução de fórmulas para o cálculo da área de certas figuras planas. No entanto, os *applets* mencionados em tais estudos foram elaborados e utilizados em computadores *desktops*, no qual a interação entre o usuário e os recursos é feita por teclado, mouse e monitor. Para Isotani et al. (2014), esse modelo de interação vem sendo desafiado pela popularização dos dispositivos móveis, como *tablets* e *smartphones*.

Assim, considerando a escassez de estudos quantitativos e conclusivos quanto a eficácia de aplicativos de Matemática para *tablets* e a inexistência de estudos sobre *applets GeoGebra* em *tablets*, destaca-se a importância do trabalho aqui descrito.

1.2: OBJETIVOS

1.2.1: Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho foi desenvolver e avaliar recursos didáticos (*applets GeoGebra* para *tablets* e atividades didáticas) que visam a construção de conhecimentos matemáticos para o estudo de áreas de figuras planas.

1.2.2: Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho foram:

- Realizar uma análise bibliométrica, na base de dados *Scopus*, a respeito dos estudos que envolvem os termos “*mobile learning*” e “Matemática” e dos estudos que envolvem os termos “*tablets*” e “Matemática”;
- Realizar uma revisão sistematizada dos estudos dentro da tendência de *m-learning*, que investiguem o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática.
- Relatar o desenvolvimento de *applets GeoGebra*, otimizados para *tablets*, e de atividades didáticas que conduzem à construção de conhecimento de áreas de figuras planas.
- Analisar os dados obtidos na avaliação da eficácia de um conjunto de *applets GeoGebra* para *tablets* e de atividades didáticas na aprendizagem de áreas de figuras planas com alunos do Ensino Médio.

1.3: ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho está estruturado em cinco capítulos. Os capítulos 2, 3 e 4 estão em formato de artigo.

O presente capítulo, Introdução, apresenta a contextualização do tema e os objetivos da pesquisa.

O capítulo 2, *Mobile learning* e Matemática: Análise bibliométrica e revisão sistematizada da Literatura, apresenta o mapeamento da produção científica dos estudos sobre os temas “*m-learning* e Matemática” e “*tablet* e Matemática” e uma revisão sistematizada dos estudos que investigam o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática.

O capítulo 3, Desenvolvimento de recursos didáticos para o estudo de áreas de figuras planas, apresenta os *applets GeoGebra* elaborados e as atividades desenvolvidas.

O capítulo 4, Avaliação de recursos didáticos para o estudo de áreas de figuras planas, descreve a análise de dados obtidos na avaliação da eficácia de um

conjunto de *applets* *GeoGebra* para *tablets* e de atividades didáticas na aprendizagem de áreas de figuras planas com alunos do Ensino Médio.

O capítulo 5, Considerações finais, apresenta as conclusões e a proposta para trabalhos futuros.

2: MOBILE LEARNING E MATEMÁTICA: ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA E REVISÃO SISTEMATIZADA DA LITERATURA

2.1: RESUMOS

2.1.1: Resumo em Língua Vernácula

O presente trabalho teve por objetivo realizar uma análise bibliométrica sobre estudos que envolvem os termos “*mobile learning*” e “Matemática” e sobre trabalhos que envolvem “*tablets*” e “Matemática”. Além disso, o trabalho realizou uma revisão sistematizada dos estudos dentro da tendência de *m-learning*, que investigam o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática. A pesquisa se deu na base referencial de dados *Scopus*, em agosto de 2015. Os resultados da análise bibliométrica foram estratificados e a frequência e tendências de publicação foram indicadas. Verificou-se que estudos sobre “*m-learning*” e “Matemática” tiveram um pico de produção em 2012 e os estudos sobre “*tablets*” e “Matemática” cresceram mais de 166% entre 2010 e 2015. Na análise dos principais autores de estudos sobre os temas, foi observada pequena frequência no número de publicações por autor, no entanto, houve número significativo de pesquisadores. O país que mais publica sobre os temas é os Estados Unidos e que o tipo de documento mais encontrado foi artigo de conferência. As principais áreas subjetivas associadas aos temas foram Ciências da Computação e Ciências Sociais. Para realizar a revisão sistematizada dos estudos dentro da tendência de *m-learning*, 14 trabalhos sobre o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática foram selecionados para análise. Identificou-se que mais da metade dos trabalhos tiveram por objetivo investigar os efeitos do uso de

tablets na aprendizagem de Matemática. Dentre as vantagens no uso dessa tecnologia digital na referente disciplina, destacam-se a oportunidade para a exploração de diferentes abordagens das tarefas e de representação de soluções, a facilidade na visualização e a comunicação e o desenvolvimento do pensamento crítico, a construção e aplicação do conhecimento para gerar novas ideias.

PALAVRAS-CHAVES: Análise bibliométrica. *Mobile Learning*. *Tablet*. Matemática.

2.1.2: Resumo em Língua Estrangeira: Abstract

The purpose of this research is to realize a bibliometric analysis of studies that contains the terms “mobile learning” and “Mathematics” and research with the terms “tablets” and “Mathematics”. In addition, the work carried out a systematic review of studies within the m-learning trend investigating the use of tablets in learning mathematics. The study was made with the referential base of data *Scopus* in August of 2015. The results of the bibliometric analysis were laminated and the frequency and trends of publications were indicated. It was found that studies about “m-learning” and “Mathematics” increase more than 166% between 2010 and 2015. The analyses of the studies of the main authors about such themes, it was observed a small frequency in the number of publications by each author, nevertheless, it was a relevant number of authors about this theme. The research indicated that the country with more publications about those themes is the United States and the majority kind of documents is a conference article. The main subjective areas associated with the theme were Computer Sciences and Social Sciences. To realize the systematic review of the studies inside of m-learning trend, the work summaries found about the use of tablets in the learning of Mathematics were read in 14 of those were selected to be analyzed. It was identified that more than a half of the works had the object of investigate use of tablets in the learning of mathematics. Among the advantages of using this digital technology in related discipline, it underlines the opportunity to explore different approaches to tasks and representation solutions, ease of visualization and communication and the development of critical thinking, the construction and application of knowledge to generate new ideas.

KEYWORDS: Bibliometric analyses. Mobile learning. Tablet. Mathematics.

2.2: INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de tecnologias sem fio vem permitindo que o uso de dispositivos móveis se torne amplamente difundido e cada vez mais necessário (WU et al., 2012). Assim, os educadores e pesquisadores passaram a promover o ensino e aprendizagem por meio do uso de aplicativos educacionais nesses dispositivos (WU et al., 2012).

O uso de dispositivos móveis permite que os alunos se envolvam em atividades de aprendizagem mais flexíveis, possibilitando que o aprendizado aconteça em locais diferentes, envolvendo várias pessoas e oferecendo vários tipos de experiências e de interações (KUKULSKA-HULME; TRAXLER, 2007). Esta tendência vem sendo chamada de *Mobile learning (m-learning)*.

Dentre os dispositivos móveis, no âmbito da tendência *m-learning*, encontram-se os *tablets*. Diversos países estão experimentando o uso de *tablets* na educação formal (CLARKE; SVANAES; ZIMMERMANN, 2013). Em um contexto educacional, *tablets* são considerados, caixas portáteis de ferramentas pedagógicas apropriadas para registro, organização, revisão de informações além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autoconfiança e habilidades de apresentação (CLARKE; SVANAES; ZIMMERMANN, 2013).

Arzarello, Bairral e Dane (2014) apontam que o surgimento de dispositivos móveis promoverá novos impactos e desafios no ensino e na aprendizagem de forma geral e, particularmente, na Matemática.

Sobre *m-learning* e Matemática, Crompton e Burke (2014) realizaram uma pesquisa que teve por objetivo elaborar uma meta-análise sobre estudos que envolvem esses dois temas. Os autores utilizaram várias bases de dados, selecionaram 58 trabalhos e identificaram os principais objetivos, metodologias e resultados das pesquisas. Os autores também identificaram os principais dispositivos móveis usados nos trabalhos. Eles verificaram que 18% dos estudos utilizaram o termo genérico *tablet* e 14%, *iPads*. No entanto, os autores não apresentaram os principais objetivos, metodologias e resultados divididos por tipos de dispositivos.

Nesse contexto, o presente trabalho tem por objetivos:

- Realizar uma análise bibliométrica, na base referencial de dados *Scopus*, a respeito dos estudos que envolvem os termos “*mobile learning*” e “Matemática” e dos estudos que envolvem os termos “*tablets*” e “Matemática”, possibilitando a avaliação da produção acadêmica dos temas citados.

- Realizar uma revisão sistematizada dos estudos dentro da tendência de *m-learning*, que investiguem o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática.

O presente trabalho pretendeu responder as seguintes perguntas:

- Nos estudos que envolvem os termos “*mobile learning*” e “Matemática” e nos que envolvem os termos “*tablets*” e “Matemática:

1) quais os ciclos de maior produção das publicações?

2) quais os principais autores, instituições e países que mais publicam?

3) quais os principais tipos de documentos, áreas subjetivas e veículos de publicação?

- Nos estudos que investigam o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática:

4) quais os principais objetivos?

5) quais as vantagens destacadas?

2.3: ANÁLISE BIBLIOMÉTRICA

2.3.1: Metodologia

A metodologia utilizada nessa pesquisa baseia-se nos trabalhos de Costa (2010) e Neves, Pereira e Costa (2013). Assim, para atingir os objetivos já citados, o trabalho foi dividido em três etapas, a saber: i) definição da base de dados; ii) escolha das palavras-chave; e iii) levantamento dos dados.

Na primeira etapa, definiu-se que a pesquisa seria feita na base referencial de dados *Scopus*. Tal base é uma das principais fontes de informação acadêmica, na qual está disponibilizada grande parte da produção científica mundial (MESQUITA et al., 2006). A pesquisa se deu em agosto de 2015, contemplando todos os registros indexados até a data da pesquisa.

Na segunda etapa, as palavras chaves foram escolhidas. Para obter os registros que envolvem *mobile learning* e “Matemática”, utilizou-se a frase de pesquisa “***math* AND "mobile learning" OR "m-learning"***” na caixa de busca. Já os registros que envolvem *tablets* e ensino e aprendizagem Matemática, foi utilizada a frase “***teaching OR education OR learning AND tablet AND Math****”. As buscas foram feitas no título e/ou resumo e/ou palavras chave, considerando todos os documentos até a data da pesquisa. Foram encontrados 136 registros para a primeira frase e 195 para a segunda.

Foi necessária a exclusão dos registros encontrados com a frase “***teaching OR education OR learning AND tablet AND Math****” datados do período anterior a 2010. Essa ação deve-se ao fato de que o *tablet* surgiu no ano de 2010, com o lançamento do *iPad*. Com a aplicação desse filtro, o número de registros reduziu para 131.

Na terceira etapa, foram levantados os seguintes dados para cada frase de pesquisa: produção científica dividida por ano; autores com o maior número de artigos publicados; instituições que mais pesquisam; países que mais publicam; tipos de documentos indexados; áreas subjetivas dos registros; e, veículos de publicação com o maior número de registros.

Na seção a seguir, são apresentados os resultados encontrados.

2.3.2: Resultados e Discussão

2.3.2.1: Distribuição das Publicações por Ano

As Figuras 1 e 2 apresentam a distribuição dos registros que envolvem “*m-learning*” e “Matemática” e “*tablet*” e “Matemática”, respectivamente, agrupados por ano, sendo o ano de 2015, considerado até o mês de agosto.

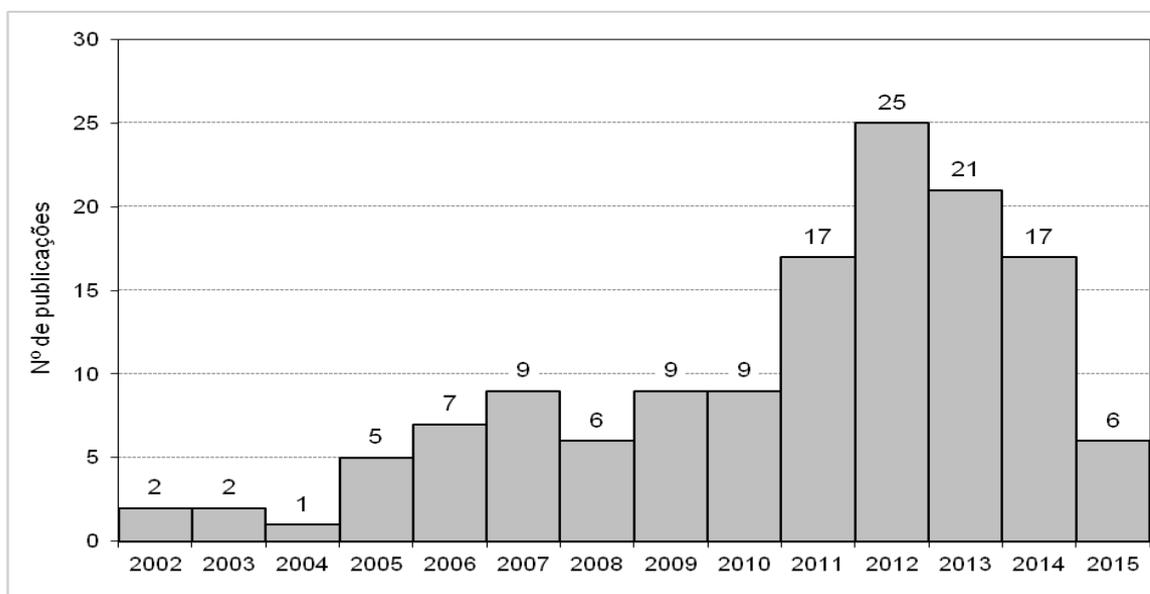


Figura 1: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto ao ano de publicação, sendo o ano de 2015, considerado até o mês de agosto.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

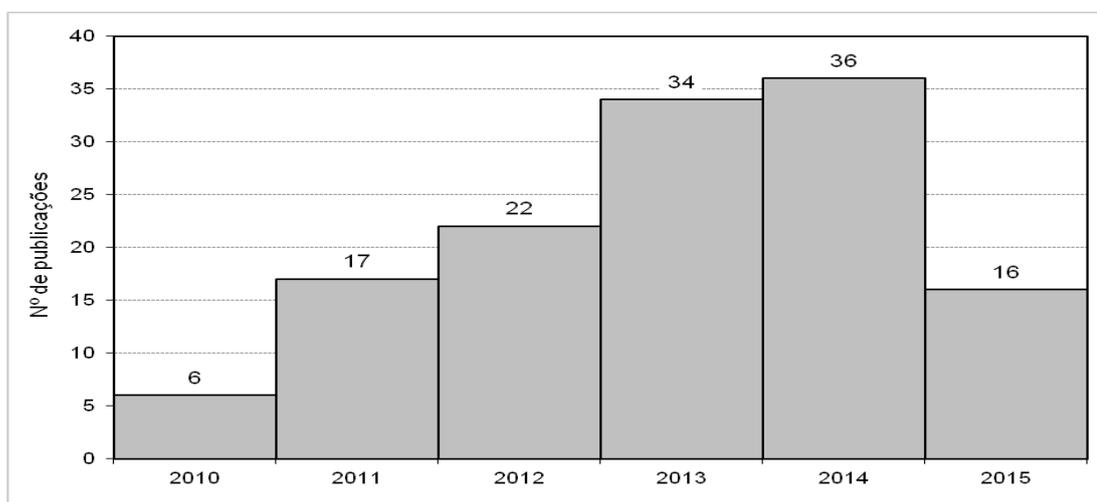


Figura 2: Distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática” quanto ao ano de publicação, sendo o ano de 2015, considerado até o mês de agosto.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Nota-se uma oscilação no número de produções sobre “*m-learning*” e “Matemática”, com a primeira publicação datando do ano de 2002. Em 2012, observa-se um pico na produção científica sobre o tema, com 25 registros.

Na distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática”, observa-se uma crescente produção científica. De 2010, ano do lançamento do *iPad*, até o ano de 2014, o número de publicações cresceu cerca de 166%.

2.3.2.2: Distribuição das Publicações por Autores

Nas Figuras 3 e 4 são apresentadas as distribuições dos registros indexados na base *Scopus*, quanto à autoria e coautoria sobre os temas citados. Limitou-se a apresentação dos autores com pelo menos duas publicações.

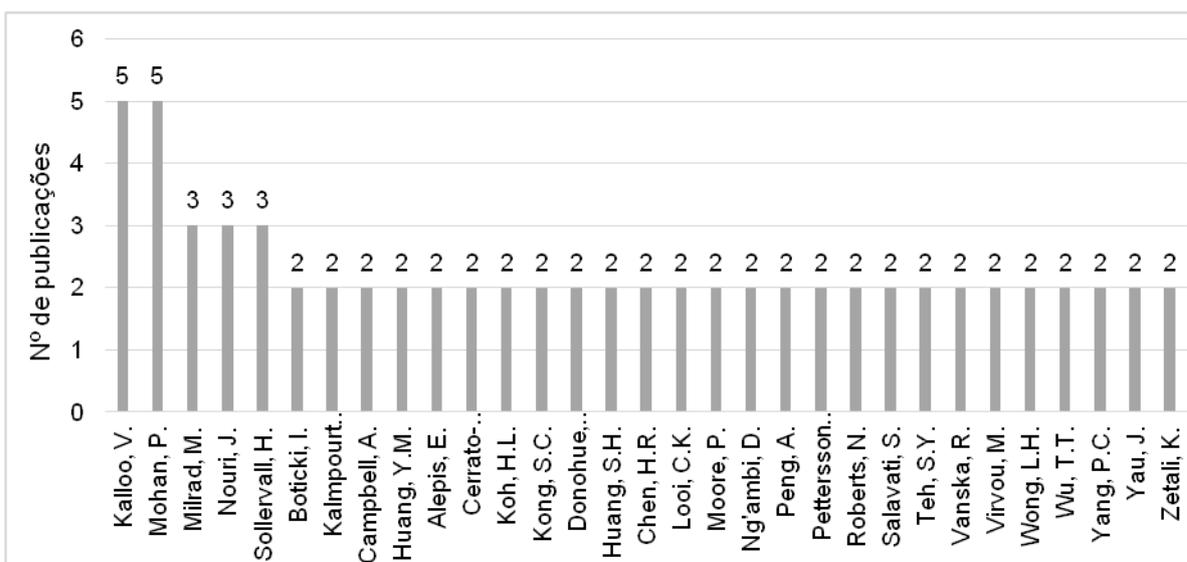


Figura 3: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” por autores
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

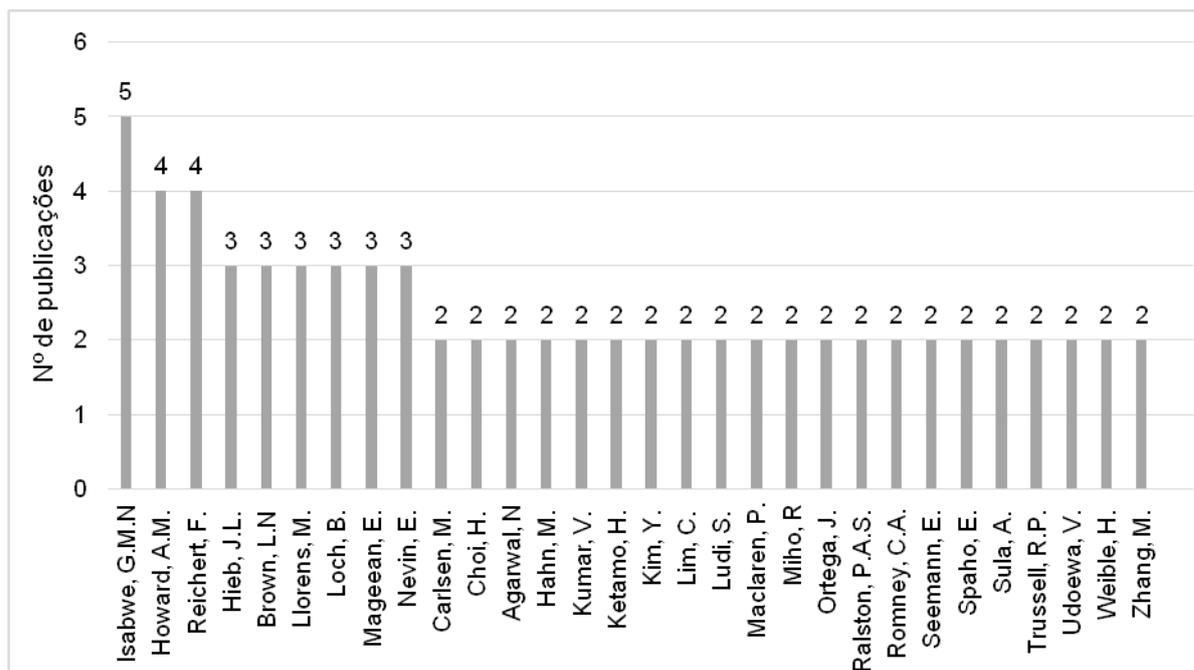


Figura 4: Distribuição dos Registros sobre “*Tablet*” e “*Matemática*” por Autores
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Kaloo e Mohan são os autores com mais publicações que relacionam *m-learning* e Matemática, ambos com cinco publicações e Isabwe é o que mais publica sobre “*tablet*” e “*Matemática*”, também com cinco publicações.

Observa-se uma pequena frequência do número de publicações por autores nos dois temas, porém, há um número significativo de pesquisadores. Não foram encontrados pesquisadores brasileiros com pelo menos duas publicações indexadas na base de dados escolhida sobre os temas em questão.

2.3.2.3: Distribuição das Publicações por Instituições

As Tabelas 1 e 2 apresentam a distribuição dos registros sobre os temas quanto à instituição com pelo menos duas publicações.

Tabela 1: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto às instituições

Instituição	nº de publicações
<i>University of The West Indies Trinidad and Tobago (Trinidad e Tobago)</i>	5
<i>Stockholms Universitet (Suécia)</i>	4
<i>Linnaeus University (Suécia)</i>	4
<i>National Cheng Kung University (Taiwan)</i>	3
<i>Hong Kong Institute of Education (Hong Kong)</i>	3
<i>National University of Tainan Taiwan (Taiwan)</i>	3
<i>Sør-Trøndelag University College (Noruega)</i>	2
<i>University of Cape Town (África do Sul)</i>	2
<i>Universiti Sains Malaysia (Malásia)</i>	2
<i>University of Zagreb (Croácia)</i>	2
<i>Hong Kong Polytechnic University (Hong Kong)</i>	2
<i>Panepistimion Pireos (Grécia)</i>	2
<i>National Institute of Education Singapore (Cingapura)</i>	2
<i>Chia-Nan University of Pharmacy and Science Taiwan (Taiwan)</i>	2
<i>Stanford University (EUA)</i>	2
<i>Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet (Noruega)</i>	2
<i>UC Davis (EUA)</i>	2
<i>Aristoteleion Panepistimion Thessalonikis (Grécia)</i>	2
<i>Panepistimion Aegaeou (Grécia)</i>	2
<i>Athabasca University (Canadá)</i>	2
<i>Nokia (Finlândia)</i>	2
<i>San Francisco State University (EUA)</i>	2
<i>National Taichung University Taiwan (Taiwan)</i>	2
<i>Institute for Information Industry Taiwan (Taiwan)</i>	2
<i>UCSI University (Malásia)</i>	2

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Tabela 2: Distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática” quanto às instituições

Instituição	nº de publicações
<i>Georgia Institute Of Technology (EUA)</i>	5
<i>University of Agder (Noruega)</i>	5
<i>Virginia Polytechnic Institute and State University (EUA)</i>	4
<i>Rochester Institute of Technology (EUA)</i>	3
<i>Dublin Institute of Technology (Irlanda)</i>	3
<i>University of Louisville (EUAA)</i>	3
<i>Swinburne University of Technology (Austrália)</i>	3
<i>Visual Generation</i>	2
<i>Eedu Ltd (Índia)</i>	2
<i>Loughborough University (Reino Unido)</i>	2
<i>Universiti Sains Malaysia</i>	2
<i>University of Texas at El Paso (EUA)</i>	2
<i>Fukuoka Institute of Technology (Japão)</i>	2
<i>University of Wollongong (Austrália)</i>	2
<i>Seoul National University (Coréia do Sul)</i>	2
<i>University of Nottingham (Reino Unido)</i>	2
<i>Boston University (EUA)</i>	2
<i>Universidade do Minho (Portugal)</i>	2
<i>Auckland University of Technology (Nova Zelândia)</i>	2
<i>Korea Advanced Institute of Science & Technology (Coréia do Sul)</i>	2

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A instituição que mais publica sobre “*m-learning*” e “Matemática” é a *University of The West Indies Trinidad and Tobago*, com cinco publicações. Sobre “*tablet*” e “Matemática”, as instituições que mais publicam são a *Georgia Institute Of Technology*, nos Estados Unidos, e a *University of Agder*, na Noruega, ambas com cinco publicações.

A única instituição em comum entre os dois temas, com pelo menos duas publicações, foi a *Universiti Sains Malaysia*.

2.3.2.4: Distribuição das Publicações por País/Território

As Tabelas 3 e 4 mostram os países que mais publicaram sobre os temas da pesquisa.

Tabela 3: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto aos países

País/Território	nº de publicações
Estados Unidos	17
Taiwan	13
África do Sul	9
Suécia	8
Grécia	8
China	6
Finlândia	6
Reino Unido	6
Malásia	5
Noruega	5
Hong Kong	5
Trinidad e Tobago	5
Brasil	4

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Tabela 4: Distribuição dos Registros sobre “*Tablet*” e “Matemática” quanto aos Países

País/Território	nº de publicações
Estados Unidos	46
Austrália	9
Reino Unido	9
Malásia	6
Irlanda	5
Noruega	5
Portugal	4
Espanha	4
Alemanha	4
Brasil	3

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Os Estados Unidos ocupam o primeiro lugar com o maior número de publicações nos dois temas. Eles possuem 12,5% das publicações sobre “*m-learning*” e “Matemática” e cerca de 31% das publicações sobre “*tablet*” e “Matemática”.

Nos registros sobre “*tablet*” e “Matemática”, a Austrália e o Reino Unido ocupam juntos o segundo lugar, com uma diferença significativa no número de publicações em relação aos Estados Unidos.

O Brasil ocupa o 13º lugar, com 4 publicações no primeiro tema e o 10º lugar, com 3 publicações sobre o segundo tema.

2.3.2.5: Distribuição das publicações por tipo de documento

As Figuras 5 e 6 apresentam a distribuição dos registros sobre os temas quanto ao tipo de documento.

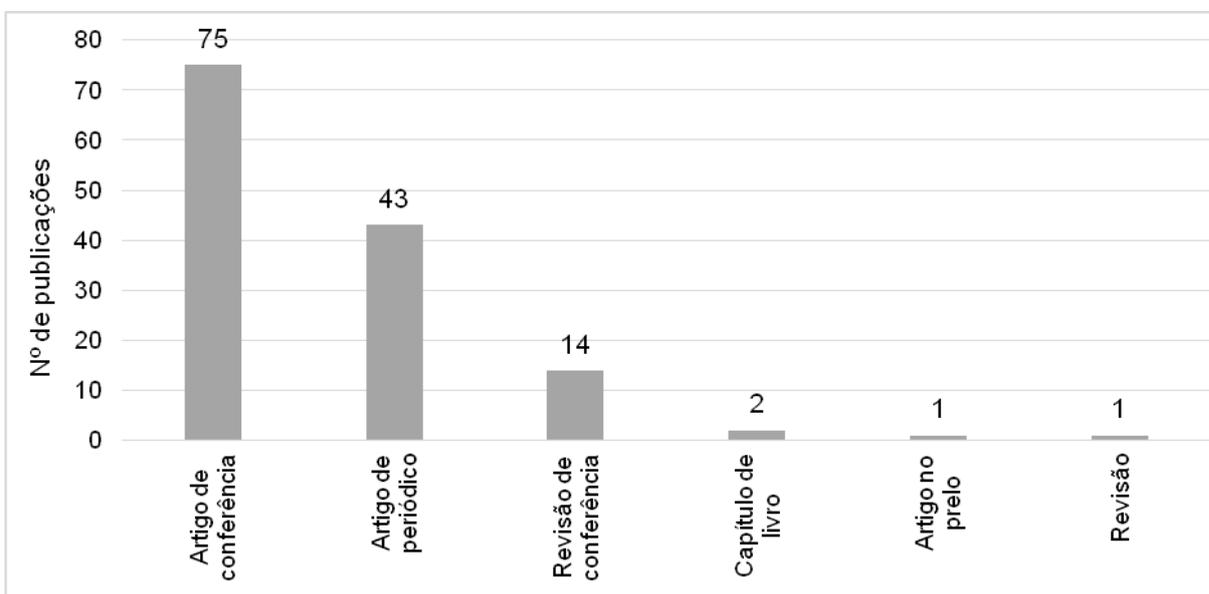


Figura 5: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto ao tipo de documento
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

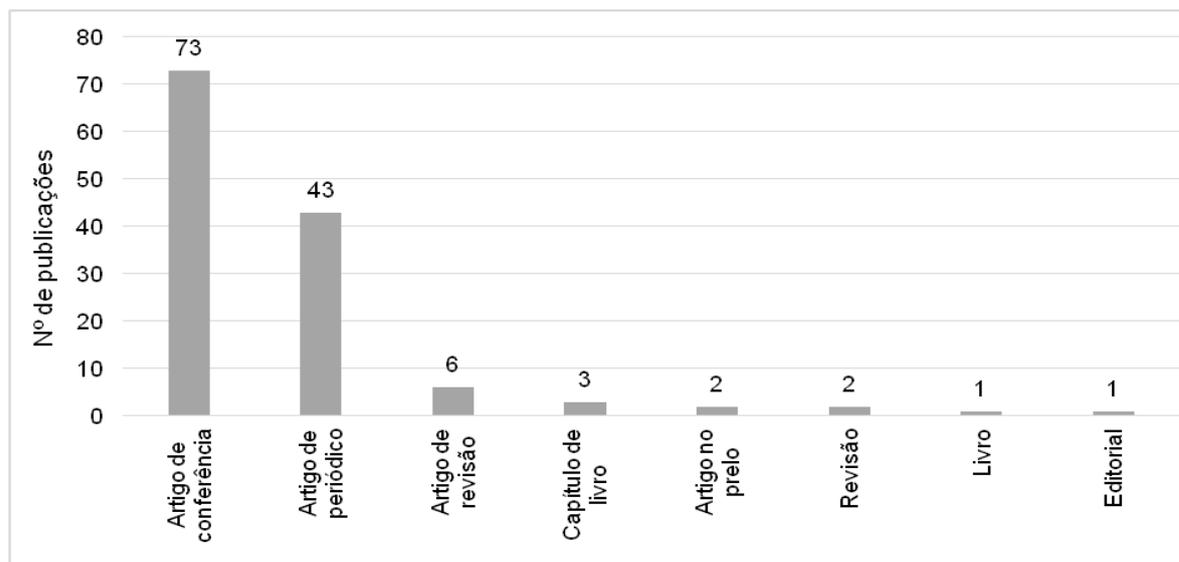


Figura 6: Distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática” quanto ao tipo de documento
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Observa-se a predominância de artigos de conferência nos registros sobre os dois temas, seguidos de artigos em periódicos.

2.3.2.6: Distribuição das publicações por áreas subjetivas

As Figuras 7 e 8 apresentam a distribuição das publicações sobre os dois temas agrupadas pelas principais áreas subjetivas.

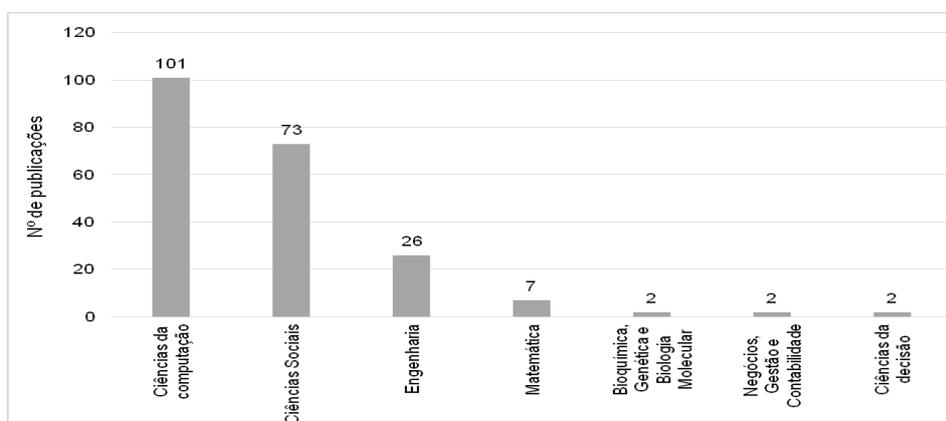


Figura 7: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto às áreas subjetivas
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

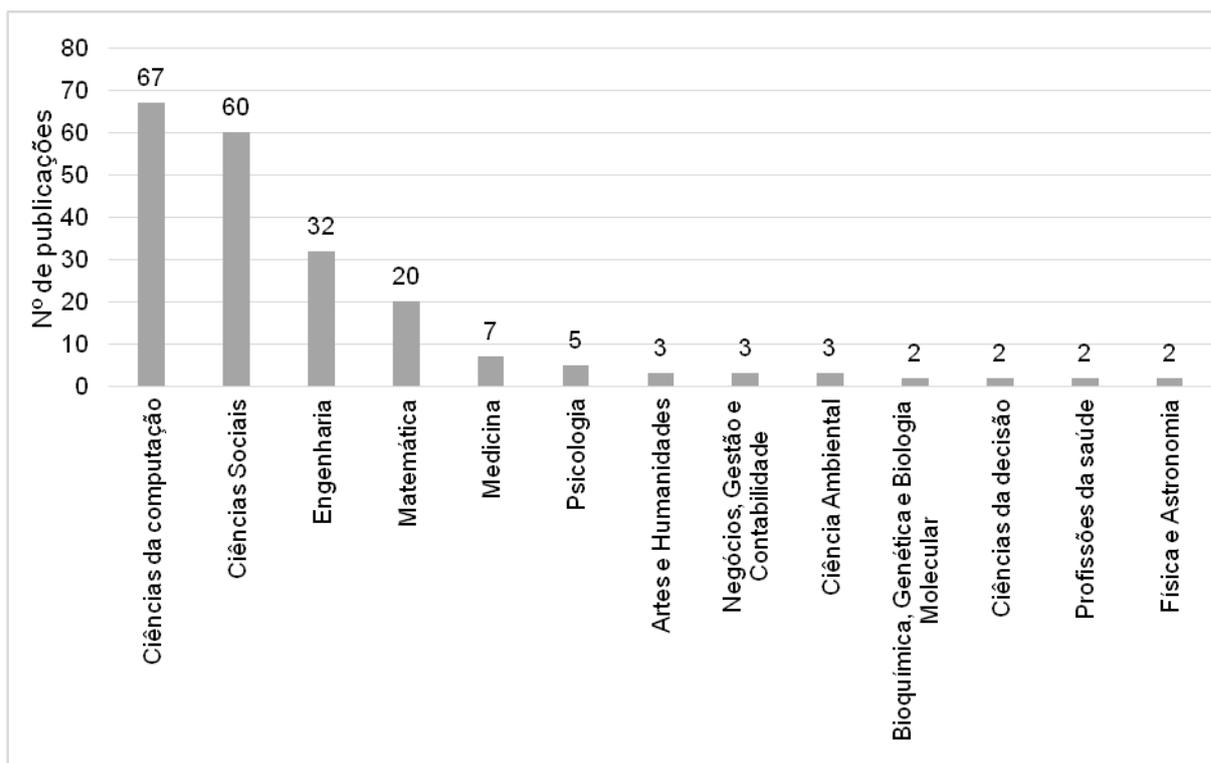


Figura 8: Distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática” quanto às áreas subjetivas.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

As áreas subjetivas que mais predominam são as mesmas nos dois temas de pesquisa. A área que os registros mais se associam é Ciências da computação, seguida das Ciências Sociais.

2.3.2.7: Distribuição das Publicações por Veículos de Publicação

Considerando os registros no período informado, identificaram-se os veículos de publicação com os maiores números de registros encontrados em cada um deles. Nas Tabelas 5 e 6 apresentam-se a distribuição das publicações quanto ao veículo de publicação em cada um dos temas.

Tabela 1: Distribuição dos registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” quanto ao veículo de publicação

Veículo de publicação	Nº de publicações
<i>International Journal of Mobile learning and Organisation</i>	6
<i>Lecture Notes in Computer Science</i>	6
<i>Proceedings of the International Conference on E Learning Icel</i>	5
<i>Communications in Computer and Information Science</i>	4
<i>Proceedings 2012 17th IEEE International Conference on Wireless Mobile and Ubiquitous Technology in Education Wmute 2012</i>	4
<i>Computers and Education</i>	3
<i>International Journal of Mobile and Blended Learning</i>	3
<i>Proceedings of the 2011 11th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies Icalt 2011</i>	3
<i>Frontiers in Artificial Intelligence and Applications</i>	2
<i>Applied Mechanics and Materials</i>	2
<i>Conference on Human Factors in Computing Systems Proceedings</i>	2
<i>Csedu 2009 Proceedings of the 1st International Conference on Computer Supported Education</i>	2
<i>Ceur Workshop Proceedings</i>	2
<i>Iadis International Conference on Cognition and Exploratory Learning in Digital Age Celda 2007</i>	2
<i>6th IEEE International Conference on Wireless Mobile and Ubiquitous Technologies in Education Wmute 2010 Mobile Social Media for Learning and Education in Formal and Informal Settings</i>	2
<i>Electronic Journal of E Learning</i>	2
<i>Journal of Research on Technology in Education</i>	2
<i>Procedia Computer Science</i>	2
<i>Proceedings of the 19th International Conference on Computers in Education Icce 2011</i>	2
<i>Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Teaching Assessment and Learning for Engineering Tale 2013</i>	2

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Tabela 6: Distribuição dos registros sobre “*tablet*” e “Matemática” quanto ao veículo de publicação

Veículo de publicação	Nº de publicações
<i>ASEE Annual Conference and Exposition Conference Proceedings</i>	12
<i>Lecture Notes in Computer Science Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics</i>	6
<i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i>	5
<i>Proceedings Frontiers in Education Conference Fie</i>	5
<i>Csedu 2013 Proceedings of the 5th International Conference on Computer Supported Education</i>	4
<i>Anziam Journal</i>	3
<i>Communications in Computer and Information Science</i>	3
<i>Proceedings of the European Conference on Games Based Learning</i>	3
<i>IEEE Global Engineering Education Conference Educon</i>	2
<i>International Conference on Information Society I Society 2012</i>	2
<i>ACM International Conference Proceeding Series</i>	2
<i>Iberian Conference on Information Systems and Technologies Cisti</i>	2
<i>Computers in Education Journal</i>	2
<i>American Society of Mechanical Engineers Fluids Engineering Division Publication Fedsm</i>	2
<i>Isec 2014 4th IEEE Integrated Stem Education Conference</i>	2
<i>Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Teaching Assessment and Learning for Engineering Tale 2013</i>	2
<i>Teaching Mathematics and Its Applications</i>	2

Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Os veículos de publicação com mais registros sobre “*m-learning*” e “Matemática” foram o *International Journal of Mobile learning and Organisation* e o *Lecture Notes in Computer Science* com seis artigos cada. Já sobre “*tablet*” e “Matemática”, o veículo que mais publicou sobre o tema foi a *Annual Conference and Exposition Conference*, com 12 publicações.

2.4: REVISÃO SISTEMATIZADA DA LITERATURA

2.4.1: Metodologia

A metodologia utilizada nesta seção foi baseada nos trabalhos de Neves, Pereira e Costa (2013) e de Crompton e Burke (2014).

Assim, para atingir o objetivo já listado, o trabalho foi dividido em cinco etapas:

- i) aplicação de filtros aos registros;
- ii) seleção dos trabalhos mais aderentes ao tema;
- iii) análise dos trabalhos selecionados;
- iv) classificação quanto aos objetivos;
- v) identificação das vantagens no uso dos *tablets* apontadas pelos autores.

Na primeira etapa, foram aplicados filtros aos registros, a fim de reduzir o número de documentos para a seleção dos estudos que analisavam o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática. Segundo Neves, Pereira e Costa (2013), a aplicação de filtros de pesquisa é utilizada como “suporte à decisão” com o objetivo de fornecer uma base inicial de artigos para um refinamento posterior. Ainda segundo os autores, essa é uma estratégia utilizada para eliminar problemas como a homonímia.

Na segunda etapa, os resumos dos trabalhos foram lidos para identificar os mais aderentes ao tema da pesquisa. Como critério, os trabalhos deveriam utilizar o *tablet* na aprendizagem de Matemática. Na terceira etapa, os trabalhos completos foram analisados.

Na quarta etapa, os trabalhos foram classificados quanto ao objetivo, segundo a três categorias identificadas na pesquisa de Crompton e Burke (2014), a saber: avaliar os efeitos da *mobile learning*; desenvolver um sistema de *mobile learning*; e, investigar o domínio afetivo durante a *mobile learning*.

Na quinta e última etapa, foram identificadas as vantagens no uso de *tablets* na aprendizagem matemática apontadas pelos autores dos trabalhos selecionados.

A seguir, são apresentados os resultados encontrados.

2.4.2: Resultados e Discussão

Nesta revisão sistematizada, foi preciso excluir os documentos que se referiam a “tablets PC”, pois este dispositivo não é o mesmo que “tablet eletrônico”, dispositivo de interesse no presente trabalho. Assim, foi necessário um refinamento a partir de uma base inicial de artigos considerados “potencialmente aderentes” ao estudo por meio da aplicação de filtros.

No Quadro 1 são apresentados os títulos e os autores dos 14 trabalhos selecionados, divididos por ano de publicação.

Ano de publicação	Título	Autor(es)
2012	<i>Incorporating the iPad in the mathematics classroom</i>	Preciado-Babb
	<i>Using iPad 2 with note-taking apps to enhance traditional blackboard-style pedagogy for mathematics-heavy subjects: A case study</i>	Lau e Ho
2013	<i>Exploring the use of tablet technology as a teaching tool at Kolej Matrikulasi Perak</i>	Amirnudin e Sulaiman
	<i>A set of interactions to help resolve 3D geometry problems</i>	Bertolo, Vivian e Dinet et al.
	<i>Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math</i>	Riconscente
2014	<i>Number skills mobile application for down syndrome children</i>	Ahmad, Muddin e Shafie
	<i>The Tablet Motivating Mathematics Learning in High School</i>	Araujo Junior, Dias e Ota
	<i>Student behavioral engagement during mathematics educational video game instruction with 11-14 year olds</i>	Deater-Deckard et al.
	<i>Using assessment for learning mathematics with mobile tablet based solutions</i>	Isabwe et al.
	<i>Teaching of Spatial Thinking in Early Childhood Through Game-Based Learning: The use of the iPad</i>	Kalmpourtzis
	<i>Engaging students using their own mobile devices for learning mathematics in classroom discourse: a case study in Hong Kong</i>	Wong
2015	<i>Giving learning a helping hand: finger tracing of temperature graphs on an iPad</i>	Agostinho et al.
	<i>Development of early mathematical skills with a tablet intervention: a randomized control trial in Malawi</i>	Pichford
	<i>Using Math Apps for Improving Student Learning: An Exploratory Study in an Inclusive Fourth Grade Classroom</i>	Zhang et al.

Quadro 1: Títulos e autores dos trabalhos divididos por ano de publicação
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Observa-se que primeiro trabalho encontrado data do ano de 2012. Como o ano do lançamento do *iPad* foi em 2010 e, considerando que o tempo para realização e publicação da pesquisa e a indexação na base, considera-se dois anos tempo razoável para surgir o primeiro trabalho sobre o uso de *tablet* na aprendizagem de Matemática. Nos dois anos seguintes, nota-se um aumento no número de publicações. Ressalta-se que a pesquisa foi realizada em agosto de 2015, o que justifica apenas dois trabalhos registrados neste ano.

A seguir, as análises dos trabalhos selecionados são apresentadas em ordem cronológica.

2.4.2.1: Ano de 2012.

O objetivo do trabalho de Preciado-Babb (2012) foi iniciar uma discussão sobre as formas de interação entre alunos e professores em tarefas matemáticas utilizando *iPads* em um ambiente de aprendizagem baseada na investigação. O autor trabalhou em conjunto com dois professores de Matemática em uma escola pública do Canadá, cujos alunos receberam um *iPad* para ser usado como uma ferramenta para resolver problemas de Matemática na sala de aula e em casa. Os resultados mostraram que o uso do *iPad* apresentou oportunidades para a exploração de diferentes abordagens para as tarefas propostas aos alunos, bem como diferentes formas de comunicação e de representação de soluções. O autor destacou que durante o estudo, a aprendizagem não se limitou a fórmulas matemáticas, utilizando o *iPad* para a análise de dados, representação e visualização e a comunicação de pensamento do estudante. Para o autor, os professores precisam reconhecer as habilidades dos alunos em utilizar as tecnologias digitais para estudar, trabalhar e interagir de várias formas e reconsiderar as funções de interação entre os alunos, professores, tecnologia e Matemática na sala de aula.

O trabalho de Lau e Ho (2012) teve como objetivo discutir o uso do *iPad* como uma nova abordagem pedagógica. Os autores utilizaram um aplicativo de anotações, uma caneta e projetores de multimídias disponíveis na maioria das salas de aula do curso de Fundamentos de Telecomunicações do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Politécnica de Hong Kong. Durante o estudo, o

docente da classe projetou o que ele escrevia no *iPad* em tempo real de forma a recriar o cenário da escrita tradicional do quadro negro. Esse método foi utilizado para o ensino de derivadas “pesadas”, em que as relações entre conceitos sequenciais são muito importantes para o curso em questão. Segundo os autores, essa proposta permite o armazenamento eletrônico e o acesso às “notas escritas à mão” durante a aula para que os alunos evitem de se ocupar copiando as notas, podendo se concentrar nas explicações. Os resultados evidenciaram uma melhoria na experiência de aprendizagem à medida que mais alunos faziam perguntas sobre o conteúdo em vez de simplesmente pedirem para repetir o que foi apresentado. Além disso, os alunos relataram que eles tendem a achar que os conceitos são mais interessantes e mais fáceis de digerir e memorizar quando presentes em notas escritas à mão, em comparação a materiais digitados, ainda que com conteúdos idênticos.

2.4.2.2: Ano de 2013.

O objetivo do estudo de Amirnudin e Sulaiman (2013) foi explorar o uso de aplicativos para *tablets* no ensino e aprendizagem de Matemática e obter a percepção dos alunos. O estudo foi dividido em cinco fases: i) elaboração do plano de aula; ii) realização de uma oficina para introduzir o uso dos aplicativos *Syncspace* e *Google+*; iii) ensino e aprendizagem de Matemática utilizando o *tablet*; iv) distribuição de questionários; v) análise dos dados coletados. Os resultados mostraram que o uso de *tablets* no ensino e aprendizagem da Matemática favoreceu o desenvolvimento do pensamento crítico, a construção e a aplicação do conhecimento para gerar novas ideias. Os autores ressaltaram que a utilização de *tablets* foi muito aceita pelos alunos que participaram da pesquisa.

O objetivo do estudo de Bertolo, Vivian e Dinet (2013) foi observar os potenciais benefícios de interações pedagógicas proporcionados por dispositivos móveis no contexto da aprendizagem de geometria 3D. No estudo, os autores apresentaram um conjunto de interações para gerenciar a rotação de sólidos geométricos e os participantes foram convidados a resolver quatro problemas de geometria 3D. Participaram do estudo 22 alunos entre 9 e 15 anos, de escolas diferentes da França. Eles foram divididos em 3 grupos: grupo papel, que utilizou

somente folhas de papel para resolver os problemas; o grupo *tablets*, que utilizou as folhas de papel e *tablets*; e o grupo sólidos que utilizou folhas de papel e sólidos pedagógicos. A divisão dos grupos levou em conta o resultado de um pré-teste realizado anteriormente, as escolas de origem e a idade dos participantes. Durante os testes, cada participante teve o exercício cronometrado e os autores anotaram suas observações quanto aos problemas e as estratégias utilizadas para resolverem os problemas com ou sem ferramentas didáticas. Um pós-teste foi realizado para os participantes corrigirem os problemas realizados durante o teste. As análises estatísticas revelaram que apenas o grupo *tablet* teve uma diferença significativa entre os resultados entre o pré-teste e o pós-teste. Os autores também destacaram que os participantes do grupo *tablet* não estavam confiantes, uma vez que usaram as interações desenvolvidas pela primeira vez. Sobre as opiniões de facilidade, interesse, diversão e visualização em 3D, as análises estatísticas revelaram um aumento significativamente entre o pré-teste e pós-teste. Sobre as opiniões entre os diferentes exercícios geométricos utilizados no experimento, não foram encontrados nenhuma diferença significativa entre os grupos. Para explicar essa falta de diferença, os participantes, segundo os autores, explicaram que um exercício matemático é sempre um exercício matemática com ou sem o uso de *tablet* ou sólidos.

O estudo de Riconscente (2013) teve por objetivo verificar se o jogo sobre frações, *Motion Math* para *iPad*, aumenta o conhecimento sobre frações e influencia na atitude dos alunos. Ela implementou um modelo experimental de cruzamento na pesquisa com 122 estudantes do quinto ano de duas escolas públicas dos Estados Unidos. Os estudantes foram divididos em dois grupos. Para a primeira parte do estudo, um grupo serve como o tratamento e outro como controle e no meio do estudo os grupos mudam. Os alunos responderam a um pré-teste, um teste intermediário e um pós-teste com questões baseadas em critérios da avaliação do governo local. Eles também responderam a questões atitudinais. A análise mostrou que o resultado dos testes dos alunos melhorou uma média de mais de 15% depois de jogar *Motion Math*. Além disso, o gosto pelo estudo de frações aumentou uma média de 10%. Os dois resultados foram estatisticamente significativos em comparação com o grupo de controle observado.

2.4.2.3: Ano de 2014.

O objetivo do trabalho de Ahmad, Muddin e Shafie (2014) foi apresentar o desenvolvimento de um aplicativo para dispositivo móvel que auxilie a aprendizagem de Matemática de crianças com Síndrome de *Down* e avaliar a aceitação do usuário sobre o aplicativo desenvolvido. O estudo foi centrado em crianças com nível moderado de QI e que estão começando a reconhecer os números. O aplicativo desenvolvido foi chamado de *MathDS* e cinco crianças com síndrome de *Down* foram observadas durante a avaliação de aceitação. Os autores concluíram, a partir do teste, que o aplicativo é adequado para ser utilizado por crianças com Síndrome de *Down* com um nível moderado de QI. No entanto, elas precisam de orientação de professores e dos pais ao utilizarem o aplicativo pela primeira vez. Os autores também destacam que os participantes foram atraídos pelo uso do *tablet*, o que manteve um nível maior de interesse em comparação com o uso de papel e caneta.

O trabalho de Araujo Junior, Dias e Ota (2014) teve por objetivo investigar a reação e a manifestação dos alunos na resolução de problemas matemáticos por meio de *tablets* à luz da teoria da atividade. A pesquisa foi realizada com alunos do Ensino Médio em uma escola particular do Brasil e envolveu três classes do primeiro ano. Os autores verificaram que os alunos se organizaram de forma colaborativa a fim de alcançarem os objetivos propostos das atividades. Os autores constataram que as notas das três turmas envolvidas na pesquisa melhoraram significativamente após a combinação do uso do *tablet* e do material didático.

O objetivo do estudo de Deater-Deckard et al. (2014) foi investigar o envolvimento dos alunos durante o uso de um jogo educacional para a aprendizagem de Matemática em *iPads*. Durante o estudo, 97 alunos entre 11 e 14 anos jogaram por 20 minutos durante as aulas de Matemática por nove semanas e a pontuação foi anotada por um observador, excluindo a pontuação da primeira semana. Os alunos responderam a um questionário *online* em sala de aula para avaliar o interesse no jogo utilizado e também sobre o uso anterior de jogos digitais. No fim do estudo, os alunos realizaram um teste com 20 itens e as respostas foram avaliadas por dois pesquisadores. As observações dos autores revelaram que a maioria dos alunos se mostrou altamente envolvido no processo. Os autores relataram também que o engajamento dos alunos não foi constante durante as oito semanas de estudo. Segundo eles, não ficou muito claro se o uso frequente de

jogos digitais educativos dentro da sala de aula e a novidade das tarefas do jogo afetaram os níveis de engajamento dos alunos ao longo do tempo.

Isabwe et al. (2014) propuseram um modelo de avaliação de aprendizagem matemática por meio de *iPads* com 22 estudantes universitários de Ruanda e 23 da Noruega. Na pesquisa, os alunos realizaram tarefas de matemática no formato PDF e utilizaram o *software* de anotação *Expert PDF*, para responder as tarefas. As respostas foram submetidas a um Ambiente Virtual de Aprendizagem para fins de avaliação. Cada aluno recebeu três folhas de resposta para avaliar três colegas e também recebeu o *feedback* sobre suas atividades de outros três estudantes. Os autores coletaram dados por meio da observação do trabalho em conjunto e da interação por meio do *iPad* e por meio de questionários e entrevistas. Os resultados apontaram que os estudantes reagiram de forma positiva sobre esse tipo de avaliação e que o *tablet* pode ser útil no ensino e na aprendizagem de Matemática.

O objetivo do trabalho de Kalmpourtzis (2014) foi testar se o aplicativo *Ladybug's Box* para *iPad* desenvolve competências de pensamentos espaciais e a aumenta a motivação de crianças da primeira infância para participar de atividades matemáticas. A pesquisa se deu com 17 crianças entre 4 e 5 anos de idade de uma escola na Grécia. Os resultados sugeriram que a habilidade das crianças em completar os níveis com crescente dificuldade aumentou após a primeira sessão das atividades. As crianças também desenvolveram suas habilidades para resolver problemas, já que não foram otimizadas maneiras de completar os níveis, contando o número de movimentos e rotações que realizaram para alcançar seu destino final. Houve também uma melhora considerável no que diz respeito em dar e receber instruções ao explicar a posição de alguém em um mapa. Segundo o autor, os alunos mostraram atitude positiva perante o jogo em atividades organizadas no seu tempo livre.

O estudo de Wong (2014) teve por objetivo investigar a percepção dos alunos durante o ensino de Matemática com o uso de *tablets*. Assim, o autor propôs que estudantes universitários de Matemática levassem seus próprios dispositivos móveis para sala de aula. A pesquisa foi realizada com 33 alunos de uma universidade de Hong Kong. A metodologia utilizada foi o estudo de caso, com o uso de questionários e observação para uma análise qualitativa e quantitativa. Os resultados mostraram que os alunos são capazes de aceitar essa nova proposta na

aprendizagem. O autor também destacou que o uso do dispositivo móvel aumentou o envolvimento do aluno no discurso de sala de aula.

2.4.2.3: Ano de 2015.

O objetivo do trabalho de Agostinho et al. (2015) foi investigar o impacto do uso do *touch*, em que o caminho percorrido pelo dedo era exibido, em um *iPad* na resolução de problemas de matemática. Participaram do estudo 61 crianças do ensino primário de 8 a 11 anos de idade de uma escola da Austrália. O tópico abordado no experimento foi a leitura de gráficos de temperatura com linhas simples e duplas. As instruções e os materiais utilizados foram disponibilizados na forma de um aplicativo para *iPad*. As crianças foram testadas individualmente. Os resultados apresentados pelos autores mostraram que a mostra do rastro percorrido pelo dedo na tela apoiou a construção do conhecimento sobre leitura de gráficos de temperatura.

O objetivo do trabalho de Pichford (2015) foi avaliar a eficácia de uma intervenção por meio de *tablets* para apoiar habilidades matemáticas em crianças da escola primária. A pesquisa foi realizada com 318 crianças de uma escola primária do Malawi, um país da África Oriental. As crianças foram divididas em três grupos, com cada grupo recebendo um tipo de intervenção na aprendizagem de Matemática durante oito semanas: um por meio de *tablet*, outro por meio de aulas tradicionais e o terceiro, um grupo de controle, que utilizou *tablet*, mas sem o aplicativo de Matemática utilizado com o primeiro grupo. As crianças responderam um pré-teste no início da pesquisa e um pós-teste ao final dela. Os resultados mostraram que a intervenção utilizando *tablet* foi significativamente mais eficaz na melhoria dos níveis de Matemática do que a prática tradicional de instrução para as crianças da escola primária em Malawi. Para o autor, o uso de *tablets*, juntamente com um aplicativo desenvolvido baseado no currículo e que permita a criança trabalhar em seu próprio ritmo, pode ajudar a transformar radicalmente a progressão escolar em países em desenvolvimento, como o Malawi, que estão enfrentando desafios educacionais significativos.

O objetivo do trabalho de Zhang et al. (2015) foi investigar se aplicativos para *tablets* desenvolvidos para o estudo de Matemática podem melhorar a

aprendizagem, especialmente, de alunos com dificuldades. Os autores realizaram o estudo com 18 crianças da quarta série de uma escola pública dos Estados Unidos, dentre os quais, metade dos alunos possuía algum tipo de dificuldade de aprendizagem. Os alunos utilizaram os aplicativos *Splash Math*, *Motion Math Zoom* e *Long Multiplication*, ambos para o estudo de Matemática, em *iPads* em quatro sessões durante um mês para suplementar as aulas individualmente, mas poderiam consultar os colegas. Os resultados do pré e do pós-teste mostraram que o uso dos aplicativos melhorou a aprendizagem dos alunos e reduziu a diferença de rendimento entre os alunos que tinham dificuldades de aprendizagem e os que não tinham. Zhang et al. (2015) destacam que o estudo contou com uma amostra pequena e um curto período de tempo, assim, os resultados não devem ser generalizados, apontando a necessidade de mais estudos que identifiquem a eficácia de aplicativos de Matemática, principalmente para alunos com dificuldades.

No Quadro 2, os trabalhos são classificados segundo as categorias de Crompton e Burke (2014).

Categoria	Objetivo	Autor(es)
Avaliação dos efeitos da <i>mobile learning</i>	Investigar o impacto do uso do <i>touch</i> , em um <i>iPad</i> , na resolução de problemas de Matemática	Agostinho et al. (2015)
	Explorar o uso de aplicativos para <i>tablets</i> no ensino e aprendizagem da Matemática e obter a percepção dos alunos.	Amirnudin e Sulaiman (2013)
	Identificar os potenciais benefícios de interações pedagógicas proporcionados por dispositivos móveis no contexto da aprendizagem de geometria 3D.	Bertolo, Vivian e Dinet (2013)
	Testar se o aplicativo <i>Ladybug's Box</i> para <i>iPad</i> desenvolve competências de pensamentos espaciais e a aumenta a motivação de crianças da primeira infância para participar de atividades matemáticas.	Kalmpourtzis (2014)
	Apresentar a implementação de uma abordagem pedagógica com o uso do <i>iPad</i> .	Lau e Ho (2012)
	Avaliar a eficácia de uma intervenção por meio de <i>tablets</i> para apoiar habilidades matemáticas em crianças da escola primária.	Pichford (2015)
	Verificar se o jogo <i>Motion Math</i> para <i>iPad</i> , aumenta o conhecimento sobre frações e influencia na atitude dos alunos.	Riconscente (2013)
	Investigar se aplicativos para <i>tablets</i> desenvolvidos para o estudo de Matemática podem melhorar a aprendizagem, especialmente, de alunos com dificuldades.	Zhang et al. (2015)
Desenvolvimento de sistema de <i>mobile learning</i>	Apresentar o desenvolvimento de um aplicativo para dispositivo móvel que auxilie a aprendizagem de Matemática de crianças com Síndrome de Down e avaliar a aceitação do usuário sobre o aplicativo desenvolvido.	Ahmad, Muddin e Shafie (2014)
	Apresentar uma forma de avaliação da aprendizagem de Matemática por meio de <i>tablets</i> .	Isabwe et al. (2014)
Investigação do domínio afetivo durante a <i>mobile learning</i>	Investigar a reação e a manifestação dos alunos na resolução de problemas matemáticos por meio de <i>tablets</i> à luz da teoria da atividade.	Araujo Junior, Dias e Ota (2014)
	Investigar o envolvimento dos alunos durante o uso de um jogo educacional para a aprendizagem de Matemática em <i>iPads</i> .	Deater-Deckard et al. (2014)
	Discutir as formas de interação entre alunos e professores em tarefas matemáticas utilizando <i>iPads</i> em um ambiente de aprendizagem baseada na investigação.	Preciado-Babb (2012)
	Investigar a percepção dos alunos durante o ensino de Matemática com o uso de <i>tablets</i> .	Wong (2014)

Quadro 2: Trabalhos Classificados Segundo as Categorias de Crompton e Burke (2014).
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Mais da metade dos trabalhos que envolvem o uso de *tablet* na aprendizagem de Matemática têm por objetivo investigar os efeitos do uso desta tecnologia digital. Esse resultado é semelhante ao encontrado por Crompton e Burke (2014), que segundo eles, se justifica pelo fato da popularização dos dispositivos móveis na sala de aula, o que conseqüentemente, aumenta o interesse na eficácia do uso desses dispositivos nos resultados dos alunos.

Destaca-se que as três categorias de Crompton e Burke (2014) quanto ao objetivo das pesquisas não são totalmente dissociadas. Alguns autores efetuaram estudos mais complexos, assim, optou-se por considerar o objetivo principal dos estudos analisados, o que exigiu uma análise mais profunda a fim de classificar o estudo na categoria mais adequada.

A análise dos estudos permitiu identificar as vantagens no uso dos *tablets* destacadas pelos pesquisadores, conforme exposto no Quadro 3.

Vantagens no uso de <i>tablets</i> na aprendizagem de Matemática
Ofereceu oportunidades para a exploração de diferentes abordagens das tarefas e de representação de soluções.
Foi útil na análise de dados.
Facilitou a visualização e a comunicação.
Favoreceu o desenvolvimento do pensamento crítico, a construção e aplicação do conhecimento para gerar novas ideias.
Aumentou o interesse dos alunos no estudo, em comparação com o uso do papel e caneta.
Foi fácil de usar e de grande aceitação por parte dos alunos.
Foi significativamente mais eficaz no rendimento de testes específicos do que outras práticas de ensino.

Quadro 3: Vantagens Destacadas dos Trabalhos Analisados.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

As vantagens destacadas estão de acordo a descrição de *tablet* dada por Clarke, Svanaes e Zimmermann (2013) e já apresentada na introdução deste trabalho. Segundo os autores, o *tablet* é um dispositivo apropriado para registro, organização e revisão de informações além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autoconfiança e habilidades de apresentação.

2.5: CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo apresentar uma análise bibliométrica do conjunto de registros encontrados na base referencial de dados *Scopus* sobre *m-learning* e Matemática e do conjunto de registros sobre *tablet* e Matemática.

Nos estudos sobre “*m-learning*” e “Matemática” observou-se um pico de produção científica em 2012, com 25 registros e um crescimento de mais de 166% nos registros sobre “*tablets*” e “Matemática”, entre 2010 e agosto de 2015.

Na análise dos principais autores de estudos sobre os temas, foi observada pequena frequência no número de publicações por autor, no entanto, houve um número significativo de pesquisadores. Sobre “*m-learning*” e “Matemática”, os principais autores foram Kalloo e Mohan, ambos com cinco publicações. Sobre “*tablet*” e “Matemática”, o principal autor foi Isabwe, também com cinco publicações. Quanto às universidades que mais publicam sobre os temas, identificou-se a *University of The West Indies Trinidad and Tobago*, com cinco publicações sobre “*m-learning*” e “Matemática” e a *University of Agder*, na Noruega, também com cinco publicações, sobre “*tablet*” e “Matemática”. O país que mais publicou sobre os dois temas foi os Estados Unidos.

Foi identificado que o tipo de documento mais encontrado sobre os temas foi artigos de conferência e a área subjetiva mais associada foi Ciências da computação, seguida de Ciências Sociais. Quanto aos veículos de publicação, o *International Journal of Mobile learning and Organisation* e o *Lecture Notes in Computer Science* publicaram seis trabalhos cada sobre “*m-learning*” e “Matemática”. Já sobre “*tablet*” e “Matemática”, a *Annual Conference and Exposition Conference* publicou 12 trabalhos.

O segundo objetivo do trabalho foi realizar uma revisão sistematizada dos estudos dentro da tendência de *m-learning*, que investiguem o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática. As análises de 14 estudos permitiram identificar que mais da metade dos trabalhos que envolvem o uso de *tablet* na aprendizagem de Matemática têm por objetivo investigar os efeitos do uso desta tecnologia digital.

As principais vantagens destacadas no uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática pelos autores dos 14 trabalhos foram: i) oferece oportunidades para a exploração de diferentes abordagens das tarefas e de representação de soluções; ii) é útil na análise de dados; iii) facilita a visualização e a comunicação; iv) favorece o desenvolvimento do pensamento crítico, a construção e aplicação do conhecimento para gerar novas ideias; v) aumenta o interesse dos alunos no estudo, em comparação com o uso do papel e caneta; vi) é fácil de usar e de grande aceitação por parte dos alunos; vii) é significativamente mais eficaz no rendimento de testes específicos do que outras práticas de ensino.

Espera-se que este trabalho favoreça a consolidação do conhecimento sobre o tema para pesquisadores, gestores escolares e professores, visto que há uma carência de pesquisas na área de pesquisa em questão, conforme apontado na introdução do presente trabalho.

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se que sejam feitas pesquisas em outras bases.

2.6: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGOSTINHO, Shirley et al. Giving learning a helping hand: finger tracing of temperature graphs on an ipad. **Educational Psychology Review**, 27, n. 3, p.427-443, 5 jun. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10648-015-9315-5>>. Acesso em: 12 jan. 2015.

AHMAD, Wan Fatimah Wan; MUDDIN, Hidayatun Nafisah Binti Isa; SHAFIE, Afza. Number skills mobile application for down syndrome children. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AND INFORMATION SCIENCES, 2014, Kuala Lumpur. **Proceedings....** Kuala Lumpur: IEEE, 2014. p. 1-6. Disponível em: <<http://goo.gl/Knhnm3>>. Acesso em: 12 out. 2015.

AMIRNUDIN, Mohamad Tahar Mohamad; SULAIMAN, Hajar. Exploring the use of tablet technology as a teaching tool at Kolej Matrikulasi Perak. In: NATIONAL SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL SCIENCES: RESEARCH IN MATHEMATICAL SCIENCES, 20., 2013, Putrajaya. **Proceedings....** Putrajaya: AIP Publishing, 2013. p. 590 - 595. Disponível em: <<http://goo.gl/QWiPQn>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ARAUJO JUNIOR, Carlos Fernando; DIAS, Eduardo Jesus; OTA, Marcos Andrei. **The tablet motivating mathematics learning in high school**. Switzerland: Springer International Publishing, 2014. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-13416-1_5#page-1>. Acesso em: 14 set. 2014.

ARZARELLO, Ferdinando; BAIRRAL, Marcelo A.; DANE, Cristiano. Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. **Teaching Mathematics And Its Applications**, v. 33, n. 1, p.39-51, 28 fev. 2014. Disponível em: <<http://connection.ebscohost.com/c/case-studies/94799509/moving-from-dragging-touchscreen-geometrical-learning-geometric-dynamic-software>>. Acesso em: 14 set. 2014.

BAYYURT, Yasemin; SPECHT, Marcus. Mobile as a mainstream: towards future challenges in mobile learning. In: WORLD CONFERENCE ON MOBILE AND CONTEXTUAL LEARNING, MLEARN, 13, 2014, nov. 3-5, Istanbul, Turkey. **Proceedings...** Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. p. 42-51. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9783319134154?token=prtst0416p>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BERTOLO, David; VIVIAN, Robin; DINET, Jérôme. A Set of interactions to help resolve 3D geometry problems. In: SCIENCE AND INFORMATION CONFERENCE, 2013, Londres. **Proceedings...** . Londres: IEEE, 2013. p. 738 - 743. Disponível em: <<http://goo.gl/bpzvup>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CLARKE, Barbie; SVANAES, Siv. **Tablets for schools**: one-to-one tablets in secondary schools: an evaluation study: family kids and yout. Disponível em: <http://www.e-learningfoundation.com/Websites/elearningfoundation/images/PDF%20Documents/Honeywood_2012_Barbie_Clark.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

COSTA, Helder Gomes. Modelo para webibliomining: proposta e caso de aplicação. **Revista da FAE**, v. 13, n. 1, p. 115-126, 2010. <http://www.e-learningfoundation.com/Websites/elearningfoundation/images/PDF%20Documents/Honeywood_2012_Barbie_Clark.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CROMPTON, Helen; BURKE, Diane. Review of trends in mobile learning studies in mathematics: a meta-analysis. **Mobile as a mainstream**: towards future challenges in mobile learning. Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-13416-1_29>. Acesso em: 10 ago. 2015.

DEATER-DECKARD, Kirby et al. Student behavioral engagement during mathematics educational video game instruction with 11–14 year olds. **International Journal of Child-computer Interaction**, v. 2, n. 3, p.101-108, set. 2014. Disponível em: <<http://books.genems.com/journals/1st-year/Mathematics%20-%20I/5.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ISABWE, Ghislain Maurice Norbert et al. Using assessment for learning mathematics with mobile tablet based solutions. **International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)**, v. 9, n. 2, p.29-36, 18 mar. 2014. Disponível em: <http://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/id/241725/Isabwe_2014_Using.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

KALMPOURTZIS, George. teaching of spatial thinking in early childhood through game-based learning: the use of the ipad. In: EUROPEAN CONFERENCE ON GAMES BASED LEARNING, 8., 2014, Londres. **Proceedings...** . Londres: Academic Conferences And Publishing International, 2014. p. 231 - 239. Disponível em: <<http://goo.gl/wD1tHX>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

KUKULSKA-HULME, Agnes; TRAXLER, John. Learning design with mobile and wireless technologies. In: BEETHAM, Helen; SHARPE, Rhona. **Rethinking pedagogy for a digital age: designing and delivering e-learning**. New York: Routledge, 2007. p. 180-192. Disponível em: <<https://goo.gl/0xjsvb>>. Acesso em 10 ago. 2015.

LAU, Alan Pak Tao; HO, Siu-lau. Using ipad 2 with note-taking apps to enhance traditional blackboard-style pedagogy for mathematics-heavy subjects: a case study. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING, ASSESSMENT AND LEARNING FOR ENGINEERING , 2012, Hong Kong. **Proceedings...** . Hong Kong: IEEE, 2012. p. H3C-4-H3C-6. Disponível em: <<http://goo.gl/nFmUb2>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

MESQUITA, Rosa et al. Elaboração e aplicação de instrumentos para avaliação da base de dados Scopus. **Perspectivas em Ciência da Informação**, Belo Horizonte, v. 11, n. 2, p.187-205, 2006. Disponível em: <<http://portaldeperiodicos.eci.ufmg.br/index.php/pci/article/view/322/126>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

NEVES, Roberta Braga; PEREIRA, Valdecy; COSTA, Helder Gomes. Auxílio multicritério à decisão aplicado ao planejamento e gestão na indústria de petróleo e gás. **Produção**, São Paulo, v. 25, n. 1, p.43-53, mar. 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-65132015000100043&script=sci_abstract&tlng=pt >. Acesso em: 10 ago. 2015.

PITCHFORD, Nicola J. Development of early mathematical skills with a tablet intervention: a randomized control trial in Malawi. **Frontiers In Psychology**, Lausana, v. 6, n. 485, p.1-2, 23 abr. 2015. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25954236> >. Acesso em: 10 ago. 2015.

PRECIADO-BABB, Armando Paulino. Incorporating the ipad in the mathematics classroom: extending the mind into the collective. **International Journal Of Engineering Pedagogy**, v. 2, n. 2, p.1-5, 2012. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=5635ab146225ffc0418b45a1&assetKey=AS%3A290859762372608%401446357779783.>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

RICONSCENTE, Michelle M. Results from a controlled study of the ipad fractions game motion math. **Games and Culture**, v. 8, n. 4, p.186-214, 1 jul. 2013. Disponível em: <<http://static1.squarespace.com/static/56b55d7ad210b8dc59250285/t/56bd637f55598660590a7027/1455252354801/Riconscente+2013+Games+and+Culture+iPad+study+w+current+contact+info.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

WONG, Gary K.w.. Engaging students using their own mobile devices for learning mathematics in classroom discourse: a case study in Hong Kong. **International Journal of Mobile Learning and Organisation**, v. 8, n. 2, p.143-165, 2014. Disponível em: <<http://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJMLO.2014.062352?journalCode=ijmlo>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

WU, Wen-hsiung et al. Review of trends from mobile learning studies: a meta-analysis. **Computers and Education**, v. 59, n. 2, p.817-827, set. 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131512000735>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ZHANG, Meilan et al. Using math apps for improving student learning: an exploratory study in an inclusive fourth grade classroom. **TechTrends**, v. 59, n. 2, p.32-39, 28 jan. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11528-015-0837-y>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

3: DESENVOLVIMENTO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

3.1: RESUMOS

3.1.1: Resumo em Língua Vernácula

O presente trabalho teve por objetivo desenvolver e descrever *applets GeoGebra*, otimizados para *tablets*, e atividades didáticas que conduzem à construção de conhecimento sobre áreas de figuras planas. Os *applets* foram desenvolvidos na versão 5.0 do *software GeoGebra* para *desktop*, disponibilizados no *site* oficial do *GeoGebra* para que pudessem ser acessados de qualquer dispositivo, e analisados por meio de um *tablet Android* com uma tela de 9,7". Neste trabalho, foram elaborados 13 *applets GeoGebra* que podem ser acessados por meio de computadores *desktops* e/ou de *tablets* e nove atividades didáticas que compõem a apostila "Estudando Áreas de Figuras Planas com *applets GeoGebra* em *tablet*". Os *applets* e as atividades possibilitam: a compreensão de que figuras diferentes podem ter áreas iguais; a verificação geométrica de que triângulos com bases e alturas iguais possuem a mesma área; a dedução das fórmulas para o cálculo da área do quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango, triângulo qualquer, triângulo equilátero, hexágono regular e círculo. Não foram encontrados trabalhos que utilizem *applets GeoGebra* em *tablets*, o que evidencia a importância do trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: Applets GeoGebra. Tablet. Áreas de figuras planas.

3.1.2: Resumo em Língua Estrangeira: Abstract

The purpose of this research is develop and describe applets GeoGebra optimized to tablets and didactic activities witch conduce a knowledge construction about area of plane figures. The applets were developed in version 5.0 of the software GeoGebra to desktop, which were uploaded in the official website of GeoGebra to be accessed from any device and analyzed through an Android Tablet with a screen of 9,7". Were elaborated 13 applets GeoGebra that can be accessed through desktops computers and/or tablets and nine didactics activities, which compose a booklet "Studying areas of plane figures with applets GeoGebra in a tablet". The applets and the activities allow the comprehension that different figures can have same areas; the geometric verification that triangles with bases and equal heights have the same area; the deduction of formulas for calculating the area of the square, rectangle, parallelogram, trapezoid, rhombus, any triangle, equilateral triangle, regular hexagon and circle. There were no papers that use GeoGebra applets on tablets, which underlines the importance of this work.

KEYWORDS: Applets GeoGebra. Tablet. Area of plane figures.

3.2: INTRODUÇÃO

O desenvolvimento acelerado das tecnologias digitais (TD) tem proporcionado novas possibilidades de auxílio à educação no que se refere ao ensino e à aprendizagem (PRECIADO-BABB, 2012); (LAU; HO, 2012); (RICONSCENTE, 2013); (AMIRNUDIN; SULAIMAN, 2013); (ARZARELLO; BAIRRAL; DANE, 2014); (DEATER-DECKARD et al., 2014).

Uma das questões recorrentes na educação básica é de que maneira as TD podem ser incluídas de forma efetiva na sala de aula e como as mudanças devem ser encaradas (RODRÍGUEZ; SANTANA; MENDONZA, 2013). Sobre o processo de aprendizagem de Matemática, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) (BRASIL, 2006), destacam que a formação escolar deve contemplar a Matemática como uma ferramenta para entender a tecnologia, bem como a tecnologia como uma ferramenta para entender a Matemática.

Especificamente, na aprendizagem de Geometria, as OCEM (BRASIL, 2006) sugerem o uso dos *softwares* de geometria dinâmica¹. Os ambientes de geometria dinâmica possibilitam construções digitais a partir de elementos básicos que podem ser movimentados pela tela sem perder suas propriedades (BRAVIANO; RODRIGUES, 2002). Ao movimentar um dos elementos de uma construção e observar as alterações causadas em todo o desenho, torna-se possível a análise e a validação de conjecturas facilmente (GOLDENBERG; SCHER; FEURZEIG, 2008).

Um exemplo de *software* de geometria dinâmica é o *GeoGebra*. O criador deste *software*, Markus Hohenwarter, o define como um programa de matemática dinâmica, uma vez que reúne características de geometria dinâmica e oferece recursos de Álgebra e Cálculo (HOHENWARTER; PREINER, 2007).

As construções interativas elaboradas no *GeoGebra* são, geralmente, chamadas de *applets GeoGebra*. Um *applet* permite a visualização dinâmica de vários elementos que podem ser geridos pelo usuário, em que alguns objetos são modificados, enquanto outros são mantidos (HAVELKOVÁ, 2013). Segundo Santos (2008), o uso de *applets* permite que o aluno faça experimentações e investigações, possibilitando a elaboração de conjecturas sobre determinado conceito, bem como a construção deste de forma consistente.

Um diferencial dos *applets* desenvolvidos no *GeoGebra* em relação aos desenvolvidos em outros *softwares* de geometria dinâmica é a possibilidade de acessá-los de qualquer dispositivo. Os *applets GeoGebra* podem ser compartilhados no *site* oficial do *GeoGebra* (Disponível em: <<http://tube.GeoGebra.org/>>. Acesso: 15 jan 2015.), na seção “Materiais” e por estarem disponíveis em linguagem HTML5, podem ser acessados em computadores (*desktop* e *notebooks*), *tablets* e *smartphones*.

Há diversos estudos que descrevem o desenvolvimento e/ou o uso de *applets GeoGebra* na aprendizagem de Matemática (ZENGIN; FURKAN; KUTLUCA, 2012; HAVELKOVÁ, 2013; CHENG; LEUNG, 2015). Os *applets* considerados em tais estudos são desenvolvidos e utilizados em computadores² (*desktop* e *notebook*), no qual a interação entre usuário e recursos é feita por meio de entradas e saídas

¹ O termo “Geometria Dinâmica” é uma marca registrada da Key Curriculum Press, responsável pelo software Geometer’s Sketchpad (BRAVIANO; RODRIGUES, 2002).

² Há uma versão do *GeoGebra* disponível para *tablets* e *iPad*, no entanto, nessa versão, ainda não é possível o compartilhamento de construções diretamente no *site* oficial do *software*.

convencionais, como teclado, mouse e monitor. No entanto, segundo Isotani et al. (2014), esse modelo está sendo ultrapassado pela popularização de dispositivos móveis, apontando uma necessidade de se repensar a interface a ser usada em aparelhos que são baseados em toques e com telas pequenas.

O uso do *GeoGebra* no computador é analisado em diversas pesquisas como uma alternativa para minimizar dificuldades na aprendizagem de vários temas matemáticos. Destaca-se o uso dessa ferramenta no estudo de áreas de figuras planas (SONOM, 2013); (LARA, 2013); (AFONSO, 2013); (LOPES, 2013). As dificuldades enfrentadas por alunos e professores neste tema foram citadas em trabalhos como os de Douady e Perrin-Glorian (1989), Chiummo (1998) e Lopes (2013).

Diante da popularização dos *tablets* e da necessidade de adaptar os recursos pedagógicos digitais para aparelhos baseados em toques conforme alertado por Isotani et al. (2014), o trabalho tem por objetivo relatar o desenvolvimento de *applets GeoGebra*, otimizados para *tablets*, e atividades didáticas que conduzem à construção de conhecimento de áreas de figuras planas.

Os objetivos específicos desse trabalho são:

- i) desenvolver *applets GeoGebra* para o estudo de Áreas de figuras planas;
- ii) otimizar os *applets* desenvolvidos para o acesso em *tablets*;
- iii) elaborar atividades para o uso dos *applets*.

Para tanto, na seção 3.3, destacam-se algumas dificuldades na aprendizagem de Áreas de figuras planas e exemplifica-se o uso do *software GeoGebra* na aprendizagem de Áreas de figuras planas. Na seção 3.4, são descritas as ações realizadas no desenvolvimento dos *applets* e das atividades. Na seção 3.5, os *applets* e as atividades são apresentados e discutidos. Por fim, na seção 3.6, são apresentadas as considerações do trabalho desenvolvido.

3.3: REVISÃO DE LITERATURA

3.3.1: Dificuldades na Aprendizagem de Áreas de Figuras Planas

O conceito de área de figuras planas é um dos mais importantes da educação básica, no entanto, muitos professores não trabalham esse conceito de forma significativa com os alunos (PAVANELLO, 2004).

Diversos estudos apontam dificuldades na aprendizagem de áreas de figuras planas. Douady e Perrin-Glorian (1989) identificaram erros no uso de fórmulas entre estudantes de 9 a 12 anos. Segundo as autoras, é muito comum a tentativa de obter a área de um paralelogramo por meio do produto de suas dimensões, ou ainda, a área de um triângulo pelo produto dos três lados.

Chiummo (1998) também identificou dificuldades na compreensão por parte dos alunos, entre a 3ª e a 5ª série do Ensino Fundamental, em enunciados de problemas pouco usuais. Segundo a autora, essa dificuldade foi identificada quando os livros didáticos adotados apresentavam o conceito de área por meio de fórmula antes do uso de técnicas como o ladrilhamento e a composição e decomposição de figuras. A autora também ressalta que as questões resolvidas corretamente por meio de fórmulas, tiveram as soluções desenvolvidas de forma mecânica.

Lopes (2013) cita vários erros e dificuldades por parte de alunos relacionados ao conceito e à medição de área, tais como: i) uso da fórmula para o cálculo da área do retângulo para determinar a área de outras figuras planas; ii) uso da fórmula com unidades comprimento em vez de unidade de área; iii) incapacidade de explicar porque as fórmulas funcionam, embora os alunos as usem corretamente; iv) dependência das fórmulas memorizadas; v) confusão entre a dimensão “inclinada” do paralelogramo e a sua altura; vi) compreensão limitada da relação entre a área do retângulo e do triângulo. Segundo as OCEM (BRASIL, 2006):

A forma de trabalhar os conteúdos deve sempre agregar um valor formativo no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático. Isso significa colocar os alunos em um processo de aprendizagem que valorize o raciocínio matemático – nos aspectos de formular questões, perguntar-se sobre a existência de solução, estabelecer hipóteses e tirar conclusões, apresentar exemplos e contra-exemplos, generalizar situações, abstrair regularidades, criar modelos, argumentar com fundamentação lógico-dedutiva (p. 69 - 70).

Assim, diante das dificuldades encontradas no ensino de áreas de figuras planas e da necessidade de proporcionar situações ao aluno para que ele possa

desenvolver a capacidade de construir o seu conhecimento, é interessante que o professor utilize recursos que facilitem a sua compreensão.

3.3.2: GeoGebra na aprendizagem de áreas de figuras planas

Diversos *applets* para o estudo de áreas de figuras planas são encontrados na no *site* oficial do *software* GeoGebra. Na Figura 9 é apresentado um *applet* disponível no referido *site*.

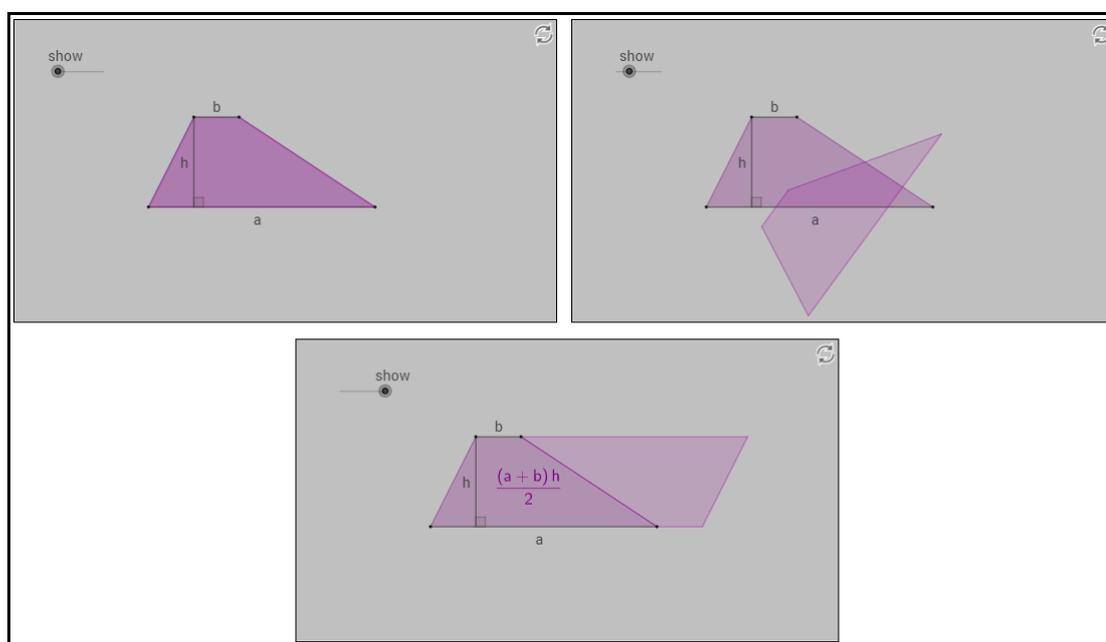


Figura 9: Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio encontrado no site oficial do GeoGebra
Fonte: Sonom (2013).

O *applet* apresentado na Figura 9 permite que o usuário movimente o seletor “show” e, após a duplicação do trapézio e a transformação da figura em um paralelogramo com o dobro da área do trapézio, é mostrada na tela a fórmula para o cálculo da área da figura em questão. O *applet* poderia apresentar maior interatividade caso fosse possível movimentar o trapézio pelos vértices e oferecer oportunidade para que o usuário chegue à fórmula e outras conclusões por meio da manipulação e observação.

Lara (2013) relatou em seu trabalho a elaboração de *applets* GeoGebra que auxiliem os alunos a entender de que forma as fórmulas para o cálculo área do

paralelogramo, trapézio (Figura 10), triângulo e losango podem ser obtidas de maneira manipulativa por meio de um computador.

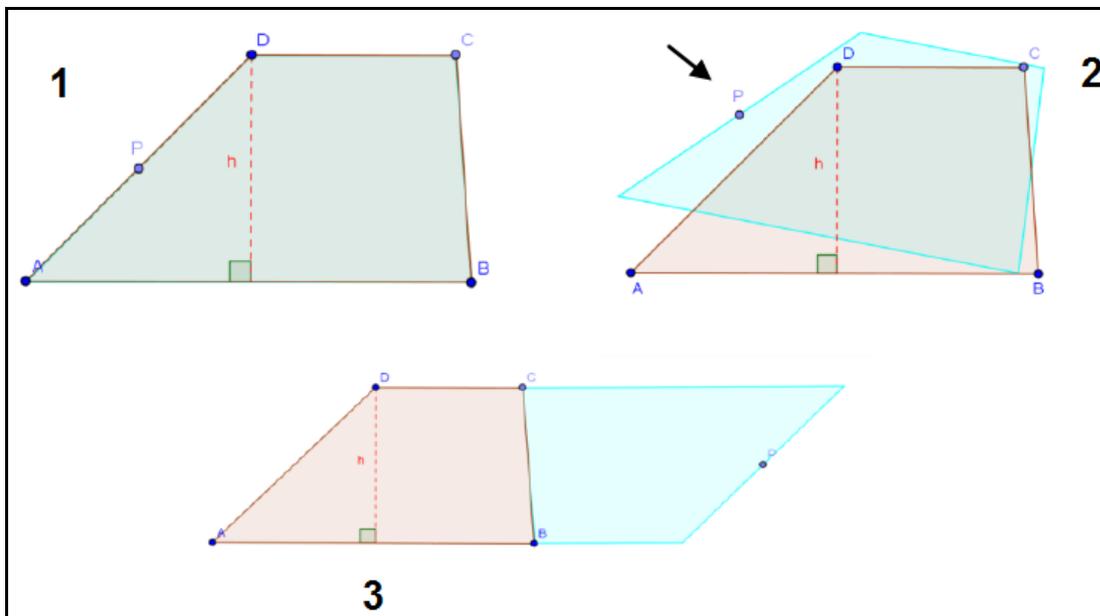


Figura 10: Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio em três momentos
Fonte: Lara (2013, p.5-6)

Lara (2013) ressalta que os polígonos de seus *applets* possuem vértices que não são fixos, ou seja, o aluno pode clicar e arrastar esses pontos, obtendo outros polígonos do mesmo tipo. Ao apresentar os *applets* desenvolvidos em seu trabalho, Lara observou a satisfação dos alunos ao perceberem que todas as fórmulas poderiam ser deduzidas por meio de outras que eles já conheciam, como a do cálculo da área do retângulo e a do triângulo.

O trabalho desenvolvido por Afonso (2013) teve por objetivo elaborar uma série de *applets GeoGebra* (versão 4.2) que ilustram as fórmulas do cálculo de áreas de figuras planas, como o trapézio (Figura 11).

Área do Trapézio

Esta construção pretende ilustrar a fórmula do cálculo da área do trapézio propriamente dito. Para avançares na animação tens de clicar nos quadrados () .

1. Olha para o trapézio [AECD]. [EC] é a base menor cujo comprimento vamos chamar b e [AD] é a base maior cujo comprimento vamos chamar B .
2. Vamos começar por traçar uma perpendicular a [AD] que passe por E, assinalar o ponto de intersecção desta reta com a base maior (ponto J) e de seguida representar a altura ([EJ]), cujo comprimento vamos chamar h .

reta perpendicular Mostrar ponto J Mostrar h
3. Depois temos de assinalar o ponto médio da altura.
4. De seguida vamos representar uma reta paralela à base que passe pelo ponto médio (M). Feito isto, vamos assinalar os pontos de intersecção da reta com [AE] e [CD].

Mostrar reta paralela à base que passe por M Pontos Médios de [AE] e [CD]
5. Agora já és capaz de perceber que se pode decompor o trapézio em dois quadriláteros [AFGD] e [CEFG].
6. Se fizeres uma rotação de [CEFG], com centro em G e amplitude 180° , no sentido dos ponteiros do relógio, obténs um paralelogramo.

Atenção: para prosseguires, a rotação tem de estar efetuada!

Figura 11: Applet para apresentar a fórmula do cálculo da área do trapézio
 Fonte: Afonso (2013, p. 41).

Nesse *applet*, o usuário deve clicar nas caixas ordenadas para acompanhar a animação até o que o trapézio seja decomposto em dois trapézios. Clicando em um botão, o usuário faz a rotação de um dos trapézios, transformando-o em um paralelogramo de mesma área (Figura 12).

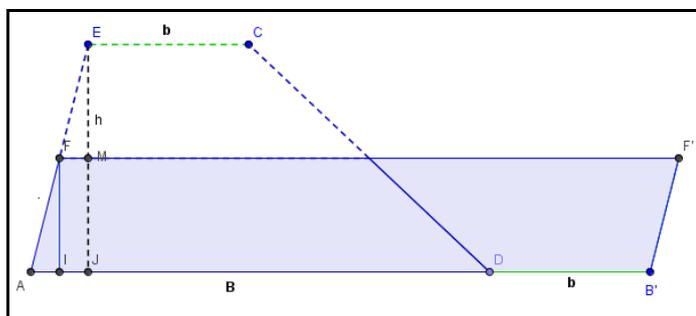


Figura 12: Transformação do trapézio em um paralelogramo de mesma área
 Fonte: Afonso (2013, p. 42).

Segundo Afonso (2013), os *applets* desenvolvidos em seu trabalho foram estruturados para que os alunos consigam acompanhar as explicações

individualmente, tirando suas próprias conclusões. A autora ainda destaca que o fato de os *applets* estarem disponíveis em HTML permite que os alunos o acessem facilmente, bastando ter um *browser* de internet instalado.

Lopes (2013) desenvolveu uma unidade de ensino sobre perímetros e áreas. O objetivo da autora foi compreender de que modo os estudantes desenvolvem esses conteúdos com o uso do *GeoGebra* no computador e que dificuldades eles apresentam. Participaram da pesquisa, 28 alunos entre 10 e 14 anos do 5º ano de uma escola pública de Portugal. Os dados foram coletados por meio de observações, entrevistas e análise dos registros dos alunos. A autora também aplicou pré e pós-teste. No Quadro 4, apresenta-se uma parte da atividade elaborada pela autora para o estudo da área do triângulo.

Tarefa 2 – Do retângulo ao triângulo

1 – Constrói um retângulo de 4 x 2.

- Seleciona a opção  . Clica em quatro pontos na *janela de gráficos*, que correspondem aos quatro vértices do retângulo e volta a clicar no primeiro ponto. Obténs o retângulo.
Qual a área do retângulo?

a) Dentro do retângulo, constrói triângulos que tenham a mesma base e a mesma altura do retângulo.

- Repete o procedimento anterior mas seleciona apenas três pontos (os três vértices do triângulo).

b) Preenche a tabela.

	Medida da Base	Medida da Altura	Medida da Area
Triângulo			
Triângulo			
Triângulo			

c) Que relação existe entre a área de cada um dos triângulos e a área do retângulo?

d) Realiza as questões anteriores para outro retângulo com dimensões à tua escolha.

Quadro 4: Atividade para a dedução da fórmula da área do triângulo a partir da fórmula da área do retângulo

Fonte: Lopes (2013, p. 278)

As análises da pesquisadora revelaram que o *GeoGebra* foi uma boa ferramenta para que os alunos percebessem que a área do triângulo representava metade da área de um retângulo, sem terem que recorrer a fórmulas para determinar as áreas. No entanto, os alunos não conseguiram aplicar os conhecimentos que tinham da fórmula da área do retângulo à fórmula da área do triângulo de forma satisfatória. Segundo a autora, os alunos perceberam a ideia na representação geométrica e com exemplos práticos, mas não conseguiram chegar à representação algébrica da fórmula da área do triângulo.

Observa-se que os *applets* de Lara (2013) e Afonso (2013) foram desenvolvidos para uso em computadores, no qual a interação é feita por meio do monitor, mouse e teclado. Nos *applets* desenvolvidos por Afonso (2013), a tela possui, além das construções geométricas, muitos textos, o que torna difícil a visualização em telas pequenas como a de *tablets*. Já no trabalho de Lopes (2013), os recursos do *GeoGebra* foram utilizados apenas para a construção de figuras, sem o aproveitamento dos recursos da geometria dinâmica.

3.4: METODOLOGIA

Para atingir os objetivos já listados, o trabalho foi dividido em quatro etapas:

- i) definição dos tópicos de áreas de figuras planas;
- ii) desenvolvimento e compartilhamento dos *applets GeoGebra*;
- iii) otimização dos *applets*;
- iv) elaboração das atividades.

Na primeira etapa, definiu-se que os *applets* teriam os seguintes objetivos:

- i) possibilitar a compreensão de que figuras diferentes podem ter áreas iguais;

ii) permitir verificar, geometricamente, que triângulos com bases iguais e alturas iguais possuem a mesma área;

iii) permitir a dedução das fórmulas para o cálculo de áreas do quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo qualquer, triângulo equilátero, hexágono regular, trapézio, losango e círculo.

Na segunda etapa, 13 *applets* foram desenvolvidos na versão para *desktop* do *GeoGebra* (versão 5.0) instalada em um *notebook*. Em seguida, os *applets* foram disponibilizados no *site* oficial do *GeoGebra* para que pudessem ser acessados de qualquer dispositivo

Na terceira etapa, os *applets* foram acessados por meio de um *tablet* com tela de 9,7", com o sistema operacional Android 4.0, a partir do *site* oficial. Concomitantemente, os *applets* eram acessados por meio de um computador, também a partir do *site*³ oficial, e as ações foram feitas:

- Centralização das construções na tela (o tamanho do *applet* variou de acordo com cada construção);
- Aumento da fonte, dos pontos, da espessura dos segmentos e dos seletores;
- Fixação das caixas para exibir/esconder objeto, seletores e textos;
- Bloqueio da movimentação dos rótulos dos elementos das construções;
- Exibição do ícone para reiniciar a construção;
- Ocultação das barras de menus, ferramentas e do campo de entrada.

³ Após compartilhar uma construção no site oficial do *GeoGebra*, é possível alterá-la online, sem a necessidade de fazer a alteração no arquivo no formato .ggb salvo no computador e compartilhá-la novamente.

Tais modificações foram necessárias para facilitar a visualização e a manipulação dos *applets* em telas pequenas. Os 13 *applets* são apresentados na seção 3.5 desse trabalho.

Na quarta etapa, foi elaborada a apostila de atividades intitulada “Estudando Áreas de Figuras Planas com *applets* GeoGebra em *tablet*” (APÊNDICE A). As atividades elaboradas são investigativas, com uma abordagem diferente dos exercícios tradicionais dos livros didáticos, devendo ser realizadas utilizando os *applets* desenvolvidos. O objetivo da elaboração das atividades é sugerir formas de utilizar os *applets*. O professor poderá usá-las como estão ou utilizá-la como inspiração para desenvolver suas próprias atividades. As nove atividades elaboradas são apresentadas na seção 3.5 desse trabalho.

Ressalta-se que no início de cada atividade da apostila há um *QR Code* (*Quick Response Code*)⁴ para facilitar o acesso do usuário, que possua o leitor desse código ao *applet* correspondente, além de um *link* para ser digitado no navegador da internet, seja ele em um computador ou em um *tablet*.

A seguir, apresentam-se os *applets* com as atividades utilizadas para o uso de cada um.

3.5: RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os *applets* desenvolvidos nesse trabalho foram inspirados nos diversos *applets* disponíveis no *site* oficial do *GeoGebra*, bem como nos trabalhos citados na seção 3.3.2.

A seguir, são descritos os *applets* e atividades desenvolvidas.

3.5.1: Ideia intuitiva de área

A Figura 13 apresenta o *applet* para o estudo da ideia intuitiva de área.

⁴ *QR Code*, segundo Silva e Rodrigues (2013), é um código de barra dimensional que possui a função de acessar textos, como mensagens, endereços eletrônicos, contato telefônico ou conteúdos multimídias por meio do uso de *smartphone* ou *tablet* com câmera que possua um aplicativo decodificador.

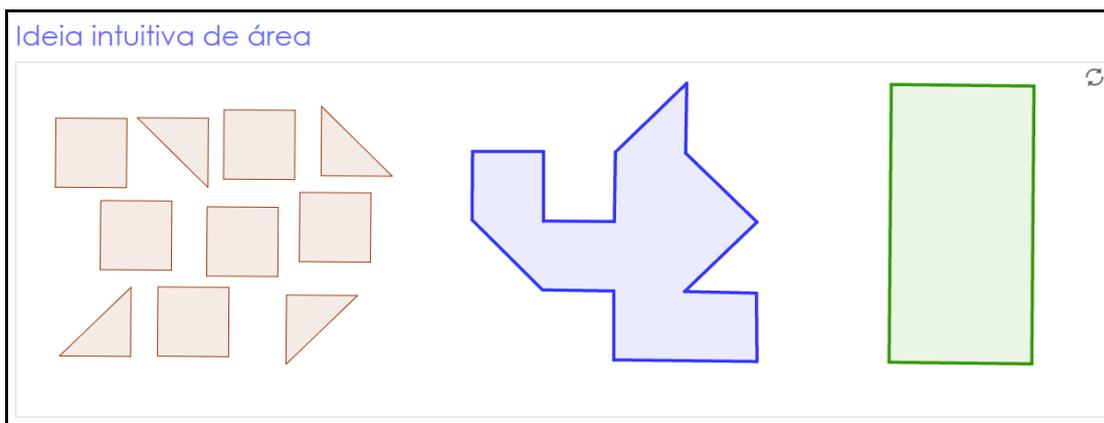


Figura 13: Ideia intuitiva de área
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na atividade referente a este *applet*, o usuário é orientado a posicionar as peças vermelhas no interior do polígono azul, e, posteriormente, no interior do polígono verde. O Quadro 5 apresenta a Atividade 1.

1- Arraste as peças vermelhas e posicione-as no interior do polígono azul, de modo que as mesmas preencham todo o polígono. Quantos quadrados vermelhos podem ser contidos no polígono azul?

2- Considerando que cada quadrado vermelho é a unidade de área (u.a.) e que a área de uma região ou superfície pode ser obtida relacionando quantas unidades de área correspondem a ela, responda: qual é a área do polígono azul em u.a.?

3- Arraste novamente as figuras vermelhas contidas no interior do polígono azul e posicione-as no interior do polígono verde, de modo a preenchê-lo totalmente.
Agora responda: qual é área do polígono verde?

4- A superfície ocupada pelas peças vermelhas no polígono azul tem o mesmo formato que a superfície ocupada por elas no polígono verde? As áreas dos polígonos azul e verde são iguais ou diferentes?

Quadro 5: Atividade 1 da apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Por meio deste *applet* e desta atividade é possível verificar que figuras diferentes podem ter áreas iguais por meio de composição e decomposição de figuras. Para Chiummo (1998), apresentar o uso de fórmulas antes do uso de

técnicas desse tipo, pode causar dificuldades na compreensão de problemas por parte dos alunos.

3.5.2: Área do Retângulo e do Quadrado

Foram desenvolvidos dois *applets* que permitem a dedução da fórmula para o cálculo da área do retângulo. Um *applet* apresenta retângulos de lados com medidas inteiras e o outro, retângulos com medidas não inteiras. Estes são apresentados nas Figuras 14 e 15.

A fim de facilitar a descrição dos *applets*, as figuras foram divididas em três partes⁵ (os *applets* disponibilizados não possuem essa indicação).

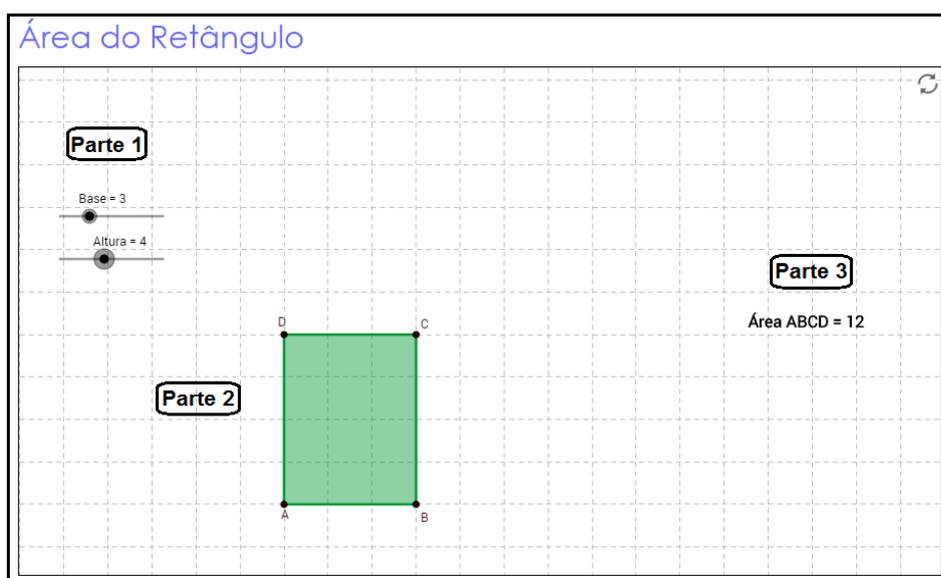


Figura 14: Área do Retângulo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

⁵ O mesmo procedimento foi adotado na apresentação dos demais *applets*, no entanto, alguns deles possuem apenas duas partes.

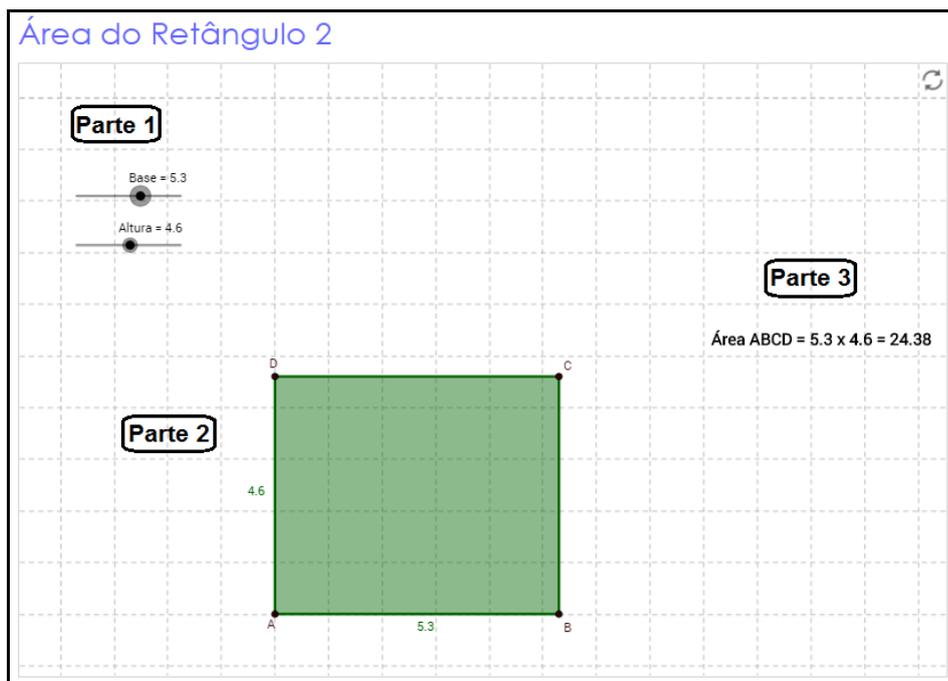


Figura 15: Área do Retângulo 2
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1 das figuras, encontram-se os seletores “Base” e “Altura”. A movimentação do primeiro seletor permite alterar a medida da base do retângulo (Parte 2), e a movimentação do segundo, a medida da altura. Os seletores foram configurados para que as medidas variassem de um a oito, tendo o incremento de 1 unidade no primeiro *applet* e de 0,1, no segundo.

Na atividade referente a estes *applets*, o usuário deverá anotar cinco medidas para a base e cinco para a altura, bem como a área de cada retângulo formado pela multiplicação dessas medidas (utilizando o *applet* com retângulo de medidas inteiras). O Quadro 6 apresenta essa atividade.

1- Observe o retângulo ABCD e a sua área exibida do lado direito. Movendo o seletor da base e o da altura, anote, na tabela abaixo, 5 medidas para a base e para a altura do retângulo, assim como a área correspondente.

Retângulo ABCD	Medida da Base					
	Medida da Altura					
	Área					

2- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um retângulo qualquer.

3 - Baseado nesses dados, deduza a expressão geral para o cálculo da área do retângulo.

Quadro 6: Atividade 2 da apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A seguir, o aluno deverá acessar o *applet* com o retângulo de medidas não inteiras e verificar se a fórmula deduzida no item 3 é válida.

Tais *applets* e atividades foram desenvolvidos com o objetivo de permitir que o aluno compreenda o cálculo da área do retângulo utilizando a noção de área entendida na Atividade 1, ou seja, contando os quadradinhos para só depois formalizar a expressão geral para o cálculo da área. Como destacado por Chiummo (1998), o uso de técnicas como o ladrilhamento antes da apresentação de fórmulas pode minimizar dificuldades na resolução problemas pouco usuais.

Dois *applets* e uma atividade (Atividade 3) semelhantes a esses foram desenvolvidos para a dedução da fórmula do cálculo da área do quadrado, sendo assim, a descrição dos mesmos foram omitidas.

3.5.3: Área do Paralelogramo

O *applet* apresentado na Figura 16 tem o objetivo de possibilitar a dedução da fórmula para o cálculo da área do paralelogramo, transformando-o em um retângulo de mesma área.

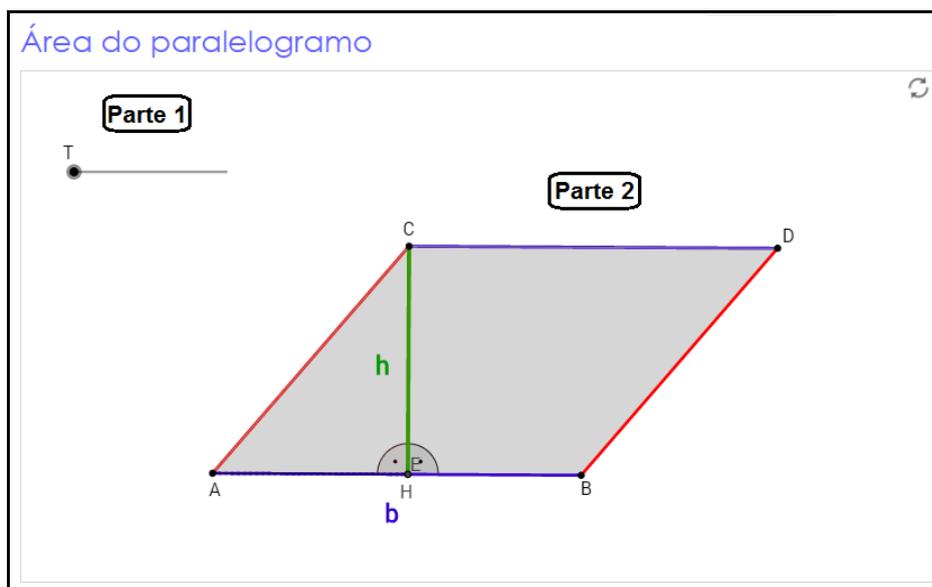


Figura 16: Área do Paralelogramo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1 da Figura 16, encontra-se o seletor T e na Parte 2, um paralelogramo que pode ser movimentado pelos pontos B e/ou C sem perder suas propriedades.

No Quadro 7 apresenta-se a Atividade 4, elaborada para ser realizada com o *applet* apresentado acima.

1- Observe o paralelogramo ABCD de base b e altura h . Mova o seletor T até o final. Que figura a região sombreada representa agora?

2- Volte o seletor T para sua posição inicial e, em seguida, mova os pontos B e/ou C. Após mover os pontos B e/ou C, mova o seletor T até o final novamente. Que figura a região sombreada representa?

3- Qual a relação entre a medida da base da nova figura e a medida da base do paralelogramo? E qual a relação entre a medida da altura do paralelogramo e a medida da altura da nova figura?

4- Qual a relação entre a área dessa figura e a área do paralelogramo?

5- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um paralelogramo qualquer.

6- Determine a expressão da área do paralelogramo ABCD em função da base b e da altura h .



Quadro 7: Atividade 4 da Apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Nessa atividade, o aluno é orientado a movimentar o seletor T, observando qual a figura formada pela região sombreada.

A movimentação do seletor T translada o triângulo ACH e transforma o paralelogramo em um retângulo de mesma área, conforme ilustrado na Figura 17.

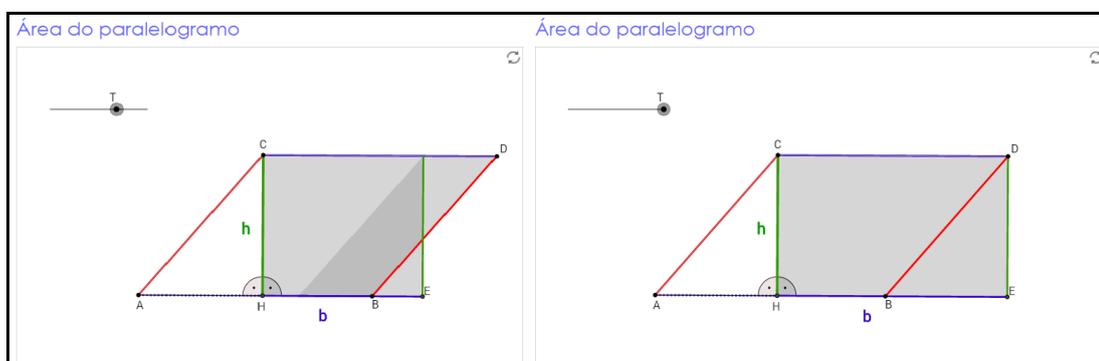


Figura 17: Área do Paralelogramo após mover o seletor T
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A seguir, o usuário deverá voltar com o seletor T para a posição inicial e mover os vértices B e/ou C do paralelogramo. Pretende-se com essa ação, permitir que o aluno verifique que qualquer paralelogramo pode ser transformado em um retângulo.

O usuário também é questionado sobre as relações entre as medidas das bases e das alturas do paralelogramo e retângulo. Tal questão foi inserida para minimizar possíveis erros comuns apontados por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Lopes (2013), como a tentativa de obter a área de um paralelogramo por meio do produto de suas dimensões e da confusão entre a dimensão “inclinada” do paralelogramo e a sua altura.

O objetivo desse *applet*, juntamente com a atividade, foi permitir que o aluno deduza que área do paralelogramo é igual à do retângulo que tem a mesma medida da base e da altura.

3.5.4: Área do Triângulo

Três *applets* foram desenvolvidos para o estudo da área do triângulo. O primeiro, apresentado na Figura 18, tem por objetivo criar condições para a compreensão de que triângulos com alturas e bases iguais possuem a mesma área.

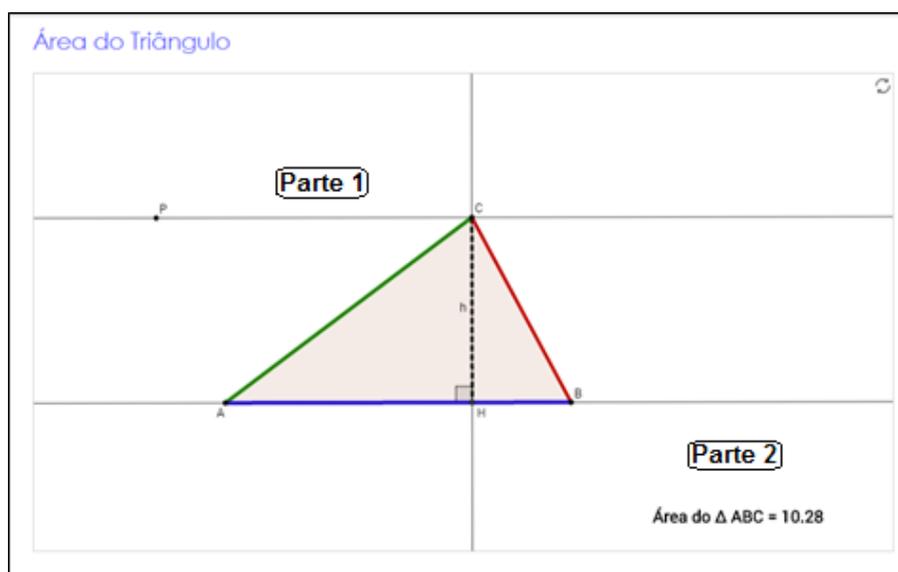


Figura 18: Área do Triângulo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, há um triângulo ABC que pode ser movimentado pelo vértice B e/ou C. Na parte 2, é exibida a área do triângulo.

Esse *applet* é utilizado para resolver a primeira parte da Atividade 5 da apostila. No Quadro 8 é apresentada essa parte da atividade.

<p>1- Observe o triângulo ABC de base b e altura h. Anote a área do triângulo exibida na tela. _____</p> <p>2- Mova o ponto B, observe o triângulo e anote novamente a área do triângulo. _____</p> <p>3- Mova o ponto C, observe o triângulo e anote a da área do triângulo. _____</p> <p>4- Mova novamente o ponto B e descreva o que você observou.</p> <p>_____</p> <p>5- Mova o P, observe o triângulo e descreva o que você observou.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>6- De acordo com o que foi observado, do que depende a área de um triângulo?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>

Quadro 8: Primeira parte da Atividade 5 da apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

No item 2 da atividade, é solicitado que o aluno mova o ponto C, observe o triângulo e anote a área do triângulo exibida na tela. A Figura 19 ilustra uma possível situação após essa ação.

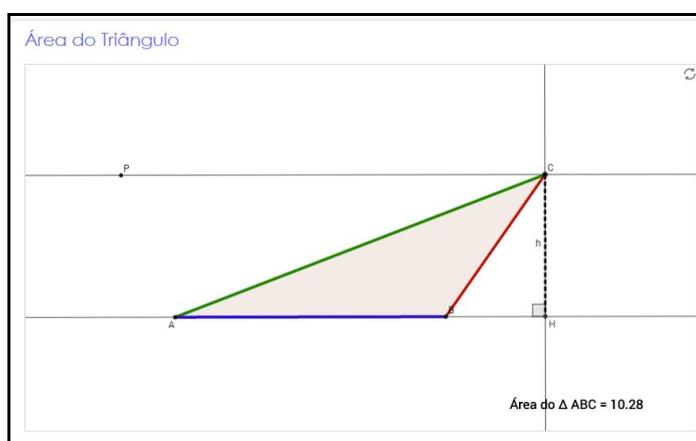


Figura 19: Área do Triângulo após mover o ponto C
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

No item 2, o aluno deve mover o ponto B e anotar a área do triângulo novamente. A Figura 20 ilustra o *applet* para uma possível posição do ponto B.

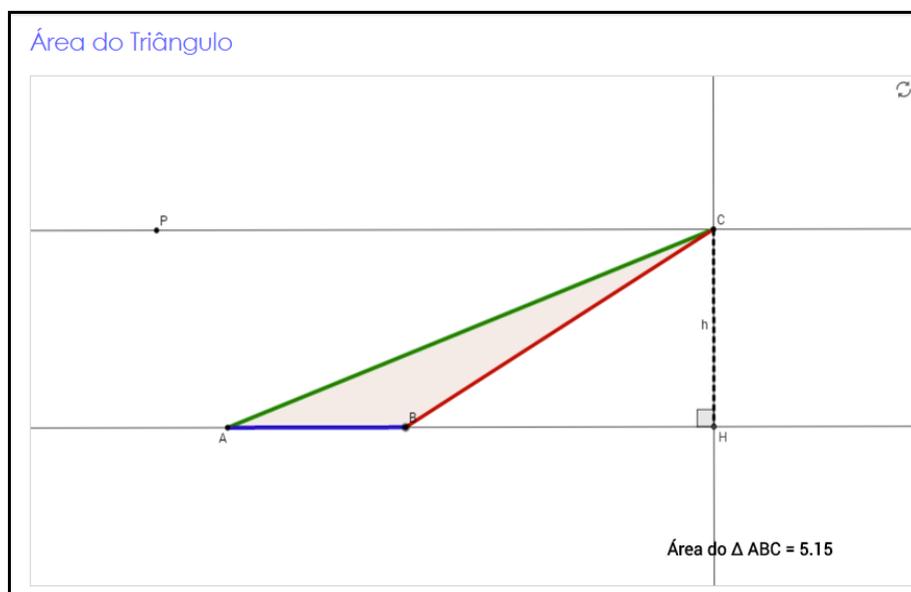


Figura 20: Área do Triângulo após mover os pontos C e B
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Pretende-se que o aluno observe que, como a altura do triângulo é fixa, a área só é alterada quando a base é alterada, não importando a medida dos outros dois lados.

Ao solicitar que o aluno mova o ponto P, alterando a altura, espera-se que o aluno conclua que a área de um triângulo depende da medida de sua base e da sua altura, não importando a medida dos outros dois lados. Uma possível situação é ilustrada na Figura 21 após a movimentação do ponto P do *applet*.

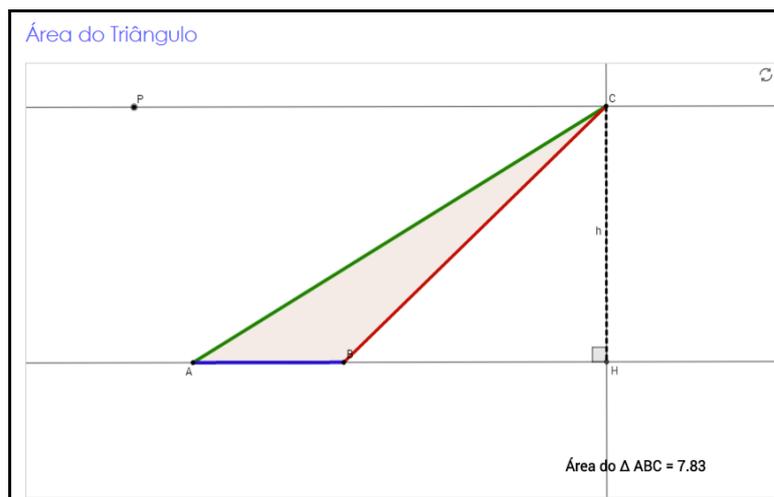


Figura 21: Área do Triângulo após mover os pontos C, B e P.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

O segundo *applet* desenvolvido para o estudo da área do triângulo é apresentado na Figura 22.

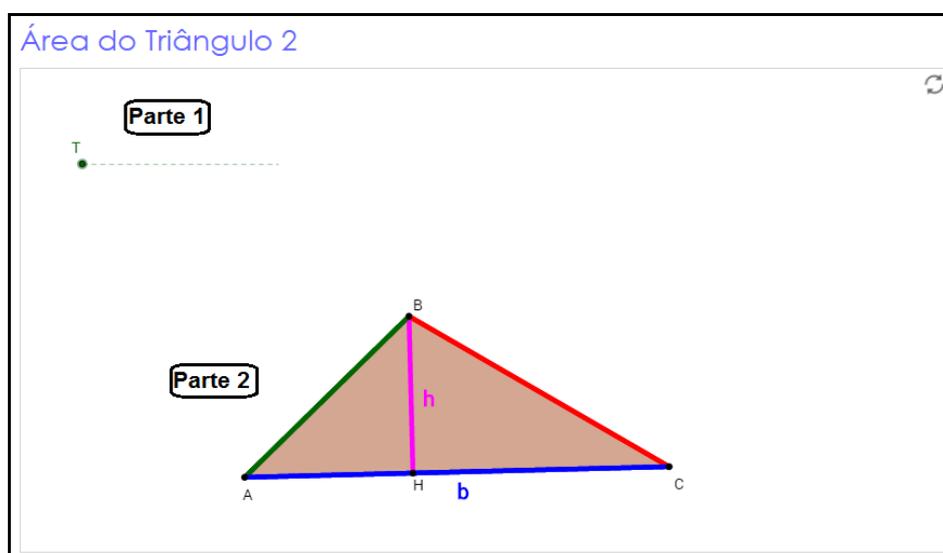


Figura 22: Área do Triângulo 2.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, encontra-se o seletor T e na Parte 2, um triângulo qualquer que pode ser movimentado pelos pontos A, B e/ou C. Ao movimentar o seletor T, o triângulo é duplicado e transformado em um paralelogramo com o dobro da área do triângulo inicial, conforme pode ser visualizado na Figura 23.

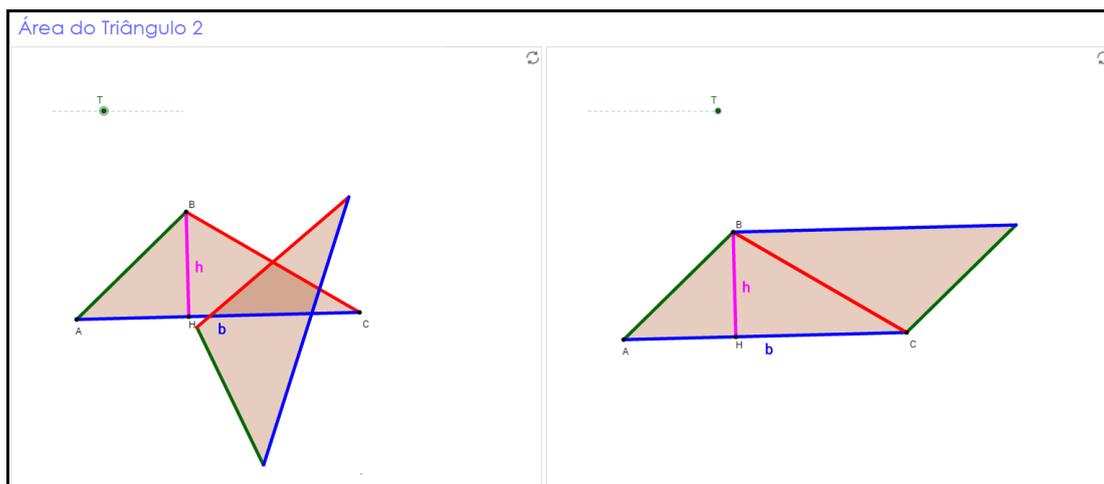


Figura 23: Área do Triângulo 2 após mover o seletor T.
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A 2ª parte da Atividade 5 foi elaborada para utilizar o *applet* acima e é semelhante à Atividade 4, apresentada no Quadro 7, portanto será omitida.

Esse *applet* e a atividade correspondente têm por objetivo conduzir o aluno a deduzir que a fórmula para o cálculo da área de um triângulo qualquer é metade da área do paralelogramo, ou seja:

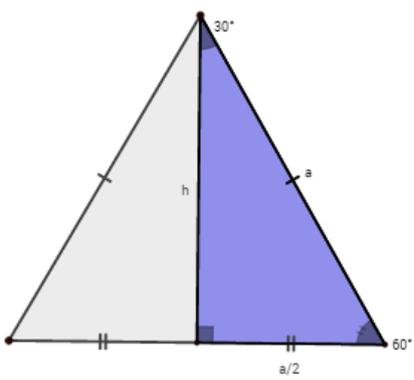
$$\text{Área}_{\text{triângulo}} = \frac{b \times h}{2}$$

Equação 1: Cálculo da área de um triângulo qualquer
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

O terceiro *applet* para o estudo da área do triângulo, apresentado na Figura 24, tem por objetivo demonstrar a fórmula para o cálculo da altura do triângulo equilátero.

Altura do triângulo equilátero

Applet adaptado de Sonom
 Perfil de Sonom: <http://tube.geogebra.org/user/profile/id/16455/>



Seja h a altura do triângulo.
 A base a fica dividida em dois segmentos congruentes.

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

1

2

3

4

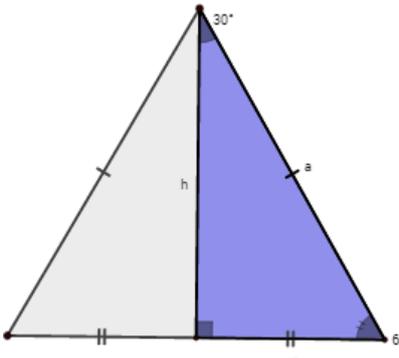
5

Figura 24: Altura do Triângulo equilátero
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, encontra-se um triângulo equilátero de lado a e altura h , e na Parte 2, caixas numeradas de 1 a 5. A Figura 25 apresenta o *applet* após todas as caixas marcadas.

Altura do triângulo equilátero

Applet adaptado de Sonom
 Perfil de Sonom: <http://tube.geogebra.org/user/profile/id/16455/>



Seja h a altura do triângulo.
 A base a fica dividida em dois segmentos congruentes.

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ 1

$h^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2$ 2

$h = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2}$ 3

$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$ 4

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ 5

Figura 25: Altura do Triângulo equilátero após marcar as caixas ordenadas
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A 3ª parte da Atividade 5 é apresentada no Quadro 9.

1- Marque as caixas numeradas e observe a demonstração da fórmula da altura de um triângulo equilátero.

2- Utilizando a expressão determinada no item 6 da 2ª parte da dessa atividade, e a altura h demonstrada com o *applet*, determine uma expressão que possa ser usada para calcular a área de um triângulo equilátero de lado a .

Quadro 9: Terceira parte da Atividade 5 da apostila
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Após a apresentação da demonstração da fórmula para o cálculo da altura de um triângulo equilátero de lado a , é solicitado que o aluno utilize a fórmula deduzida

para o cálculo da área de um triângulo qualquer e a altura h deduzida e determine a fórmula para o cálculo da área de um triângulo equilátero de lado a .

Assim como as demais atividades, com a elaboração da Atividade 5 buscou-se minimizar as dificuldades apontadas por pesquisadores, tal como a tentativa de obter a área de um triângulo pelo produto dos seus lados, além de ampliar a compreensão da relação entre a área do paralelogramo e do triângulo.

3.5.5: Área do Hexágono Regular

A Figura 26 apresenta o *applet* que visa criar condições para a dedução da fórmula para o cálculo da área do hexágono regular.

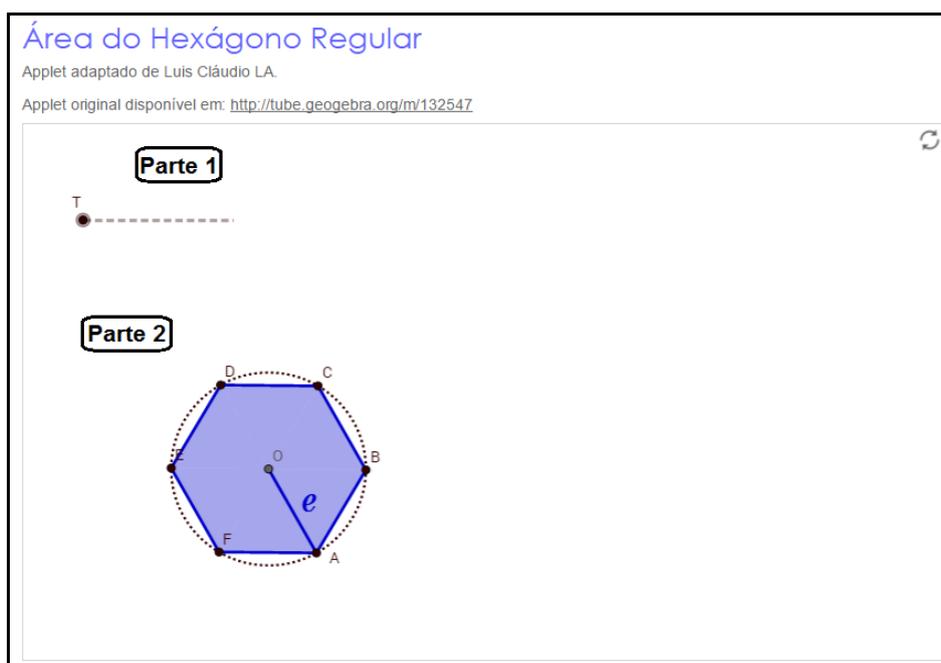


Figura 26: Área do Hexágono Regular
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, encontra-se o seletor T e na Parte 2, um hexágono regular de lado e inscrito em uma circunferência de centro O. O hexágono pode ser movimentado pelo ponto A e a circunferência pelo ponto O.

Ao mover o seletor T, o hexágono é dividido em seis triângulos equiláteros, conforme representado na Figura 27.

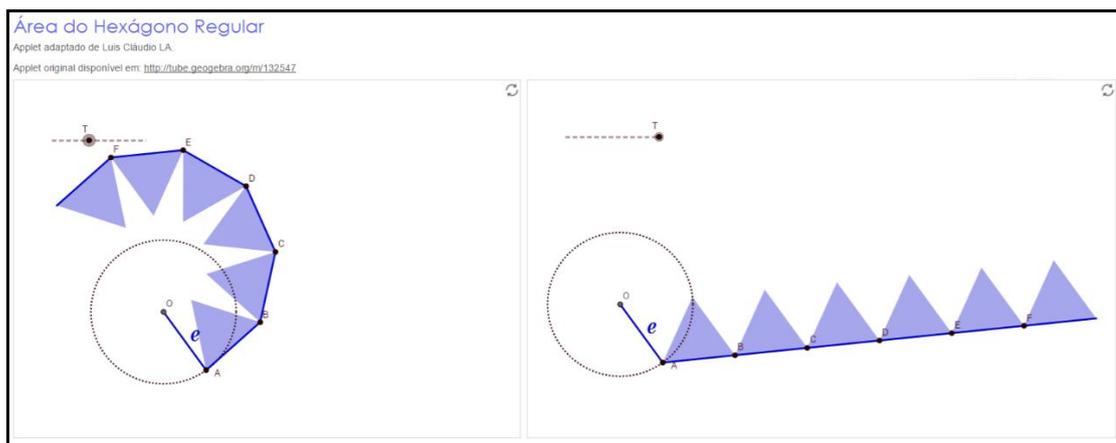


Figura 27: Área do Hexágono Regular após mover o seletor T
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A Atividade 6 da apostila, elaborada para ser resolvida utilizando o *applet* da área do hexágono, é apresentada no Quadro 10.

<p>1- Observe o hexágono ABCDEF inscrito em uma circunferência de centro O e raio ℓ. Mova o seletor T até o final. Que figura se repete na região sombreada?</p> <hr/>
<p>2- Volte o seletor T para sua posição inicial e, em seguida, mova o ponto A para alterar o comprimento do raio da circunferência. Mova o seletor T até o final novamente. O que aconteceu com as figuras repetidas?</p> <hr/>
<p>3- Qual o comprimento do lado de cada triângulo que se repete?</p> <hr/>
<p>4- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um hexágono regular.</p> <hr/> <hr/>
<p>5- Determine a expressão da área do hexágono em função do lado ℓ do hexágono.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 40px; margin: 10px auto;"></div>

Quadro 10: Atividade 6 da apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Atividade 6, é solicitado ao aluno que ele mova o seletor T e observe a região sombreada. Em seguida, ele deve voltar com o seletor para a posição inicial,

alterar o comprimento da circunferência e mover o seletor novamente. Com essa ação, espera-se que o aluno perceba que um hexágono pode ser decomposto em seis triângulos de lado igual ao raio da circunferência circunscrita.

O *applet* e a atividade têm por objetivo criar condições para o aluno deduzir que a fórmula para o cálculo da área do hexágono é seis vezes a área do triângulo equilátero de lado igual ao do hexágono, ou seja:

$$\text{Área}_{\text{hexágono regular}} = 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Equação 2: Cálculo da área do hexágono
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

3.5.6: Área do Trapézio e do Losango

Na Figura 28 apresenta-se o *applet* elaborado que permite a dedução da fórmula para o cálculo da área do trapézio.

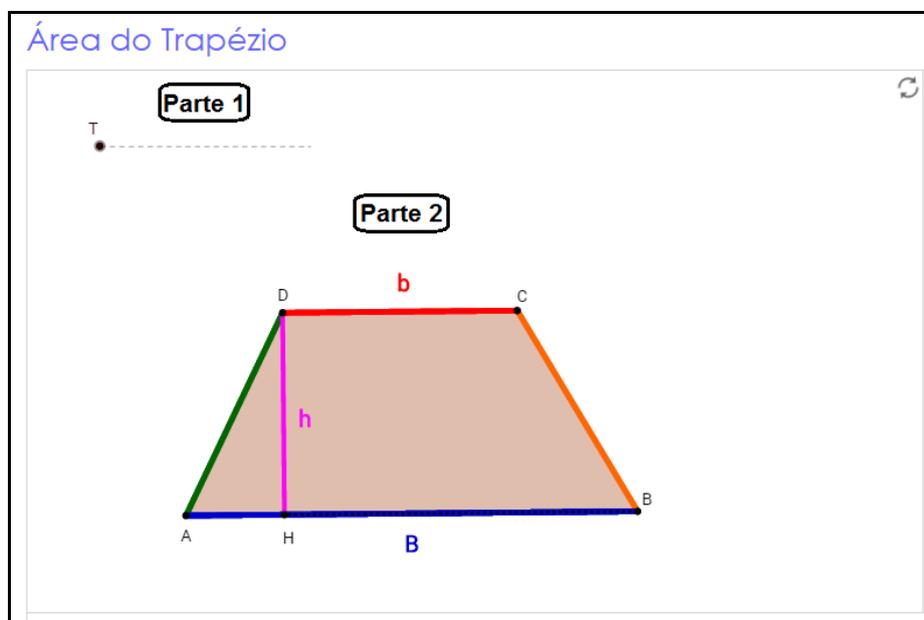


Figura 28: Área do Trapézio
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, encontra-se o seletor T e na Parte 2, um trapézio que pode ser movimentado pelos pontos A, B, C e/ou D sem perder suas propriedades.

A movimentação do seletor T duplica o trapézio e exibe um paralelogramo com o dobro da área do trapézio inicial, conforme ilustrado na Figura 29.

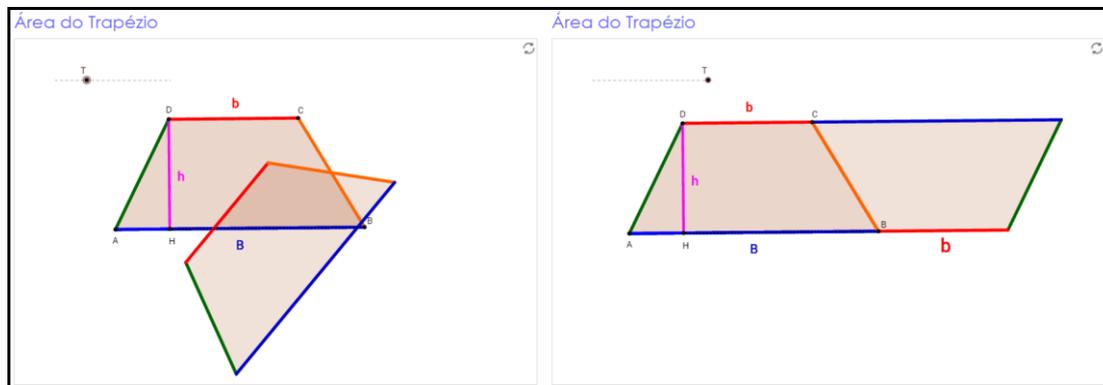


Figura 29: Área do Trapézio após mover o seletor T
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Assim, é possível deduzir que a fórmula para o cálculo da área do trapézio é a metade da área do paralelogramo, ou seja:

$$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

Equação 3: cálculo da área do trapézio (1)
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Cabe ressaltar que os alunos podem propor outros modos de registrar a fórmula do cálculo da área do trapézio, como por exemplo:

$$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

Equação 4: Cálculo da área do trapézio (2)
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Figura 30 apresenta-se o *applet* elaborado para possibilitar a dedução da fórmula do cálculo da área do losango.

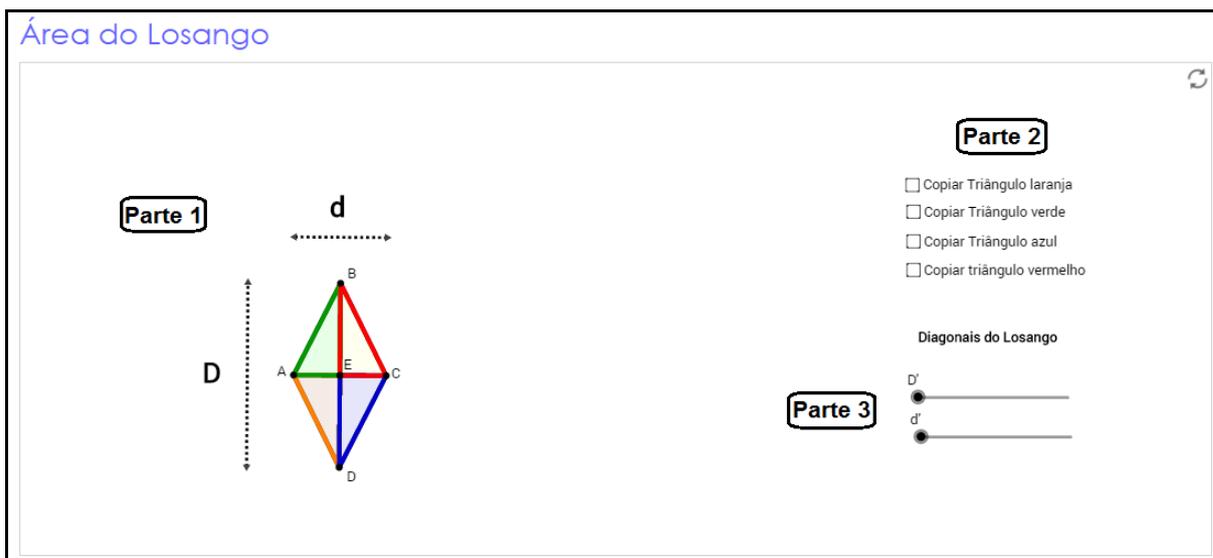


Figura 30: Área do Losango.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1 da Figura 30, encontra-se o losango dividido em quatro triângulos, na Parte 2, quatro caixas ordenadas e na Parte 3, dois seletores D' e d' , correspondentes às medidas das diagonais do losango.

Ao marcar as caixas, os quatro triângulos que formam o losango são “copiados” e encaixados em forma de um retângulo, conforme ilustra a Figura 31.

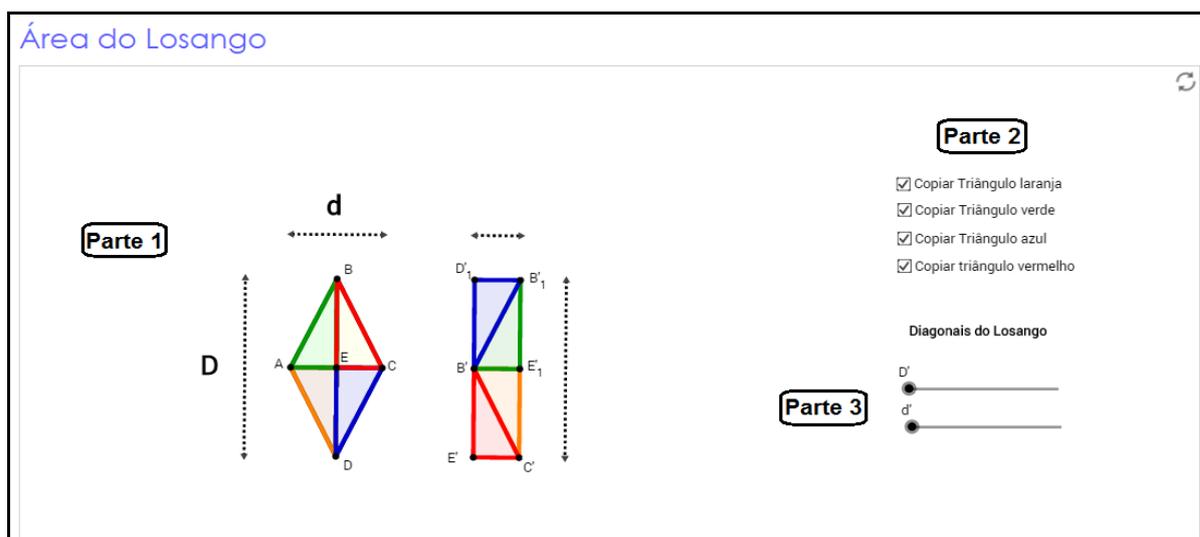


Figura 31: Área do Losango após marcar as caixas ordenadas
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Ao mover os seletores D' e/ou d' , as medidas das diagonais do losango são

alteradas, bem como as dimensões do retângulo de mesma área, conforme visto na Figura 32.

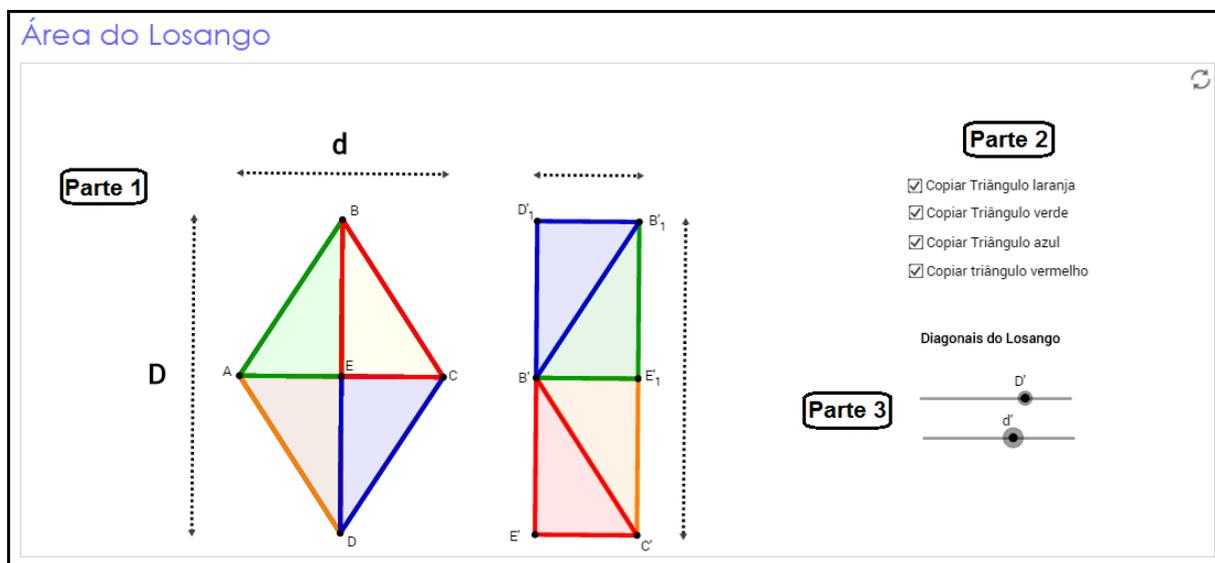


Figura 32: Área do Losango após mover os seletores referentes às diagonais
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Dessa forma, é possível deduzir que área do losango é igual à do retângulo, quando o segundo tem uma dimensão igual à metade de uma das diagonais do losango e a outra dimensão igual à outra diagonal. Assim, a fórmula para o cálculo da área do losango é:

$$\text{Área}_{\text{losango}} = \frac{D \times d}{2}$$

Equação 5: Cálculos da área do losango
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

As atividades desenvolvidas para os *applets* do trapézio (Atividade 7) e do losango (Atividade 8) são semelhantes à atividade do paralelogramo (Atividade 4), apresentada no Quadro 7, portanto, serão omitidas.

Os *applets* e as atividades desenvolvidos têm por objetivo minimizar as dificuldades apontadas por Lopes (2013), tais como a incapacidade de explicar como as fórmulas funcionam e a dependência de sua memorização.

3.5.7: Área do Círculo

O *applet* apresentado na Figura 33 tem o objetivo de criar condições para a dedução da fórmula para o cálculo da área do círculo. Ele consiste em dividir o círculo de raio r em setores que se “abrem” e se encaixam, formando um paralelogramo equivalente à figura inicial.

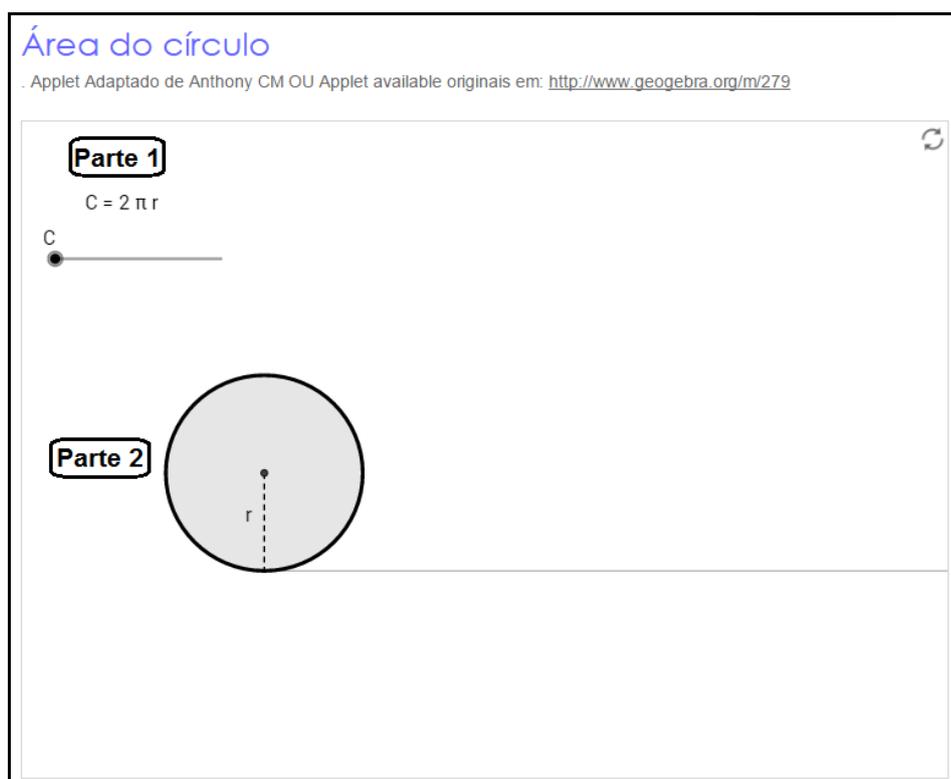


Figura 33: Área do Círculo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Na Parte 1, encontra-se o seletor “C”, com a fórmula do comprimento da circunferência.

A Atividade 9, correspondente a esse *applet* é apresentada no Quadro 11. Ao mover o seletor C, conforme solicitado no item 1 da atividade, a linha do comprimento da circunferência é “desenrolada” do círculo e uma caixa com o texto “Divisão” é exibida, conforme ilustra a Figura 34.

1- Mova o seletor C e observe a animação do comprimento da circunferência.

2- Marque a caixa “Divisão” e observe o círculo dividido em 6 setores iguais.

3- Mova o seletor R até o final e observe.

4 - Volte o seletor R para a sua posição inicial, repita o procedimento para um número cada vez maior de setores, movendo o seletor D, e responda:

a) À medida que o número de setores aumentou, a figura formada pelos setores vermelhos e azuis, após mover o seletor R até o final, se aproximaram de qual polígono? _____

b) Qual a altura aproximada desse polígono? _____

c) Qual o comprimento aproximado desse polígono? _____

d) Qual a área desse polígono, aproximadamente? _____

5- A partir do que foi observado, determine a expressão da área do círculo em função do raio r .

Quadro 11: Atividade 9 da apostila
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

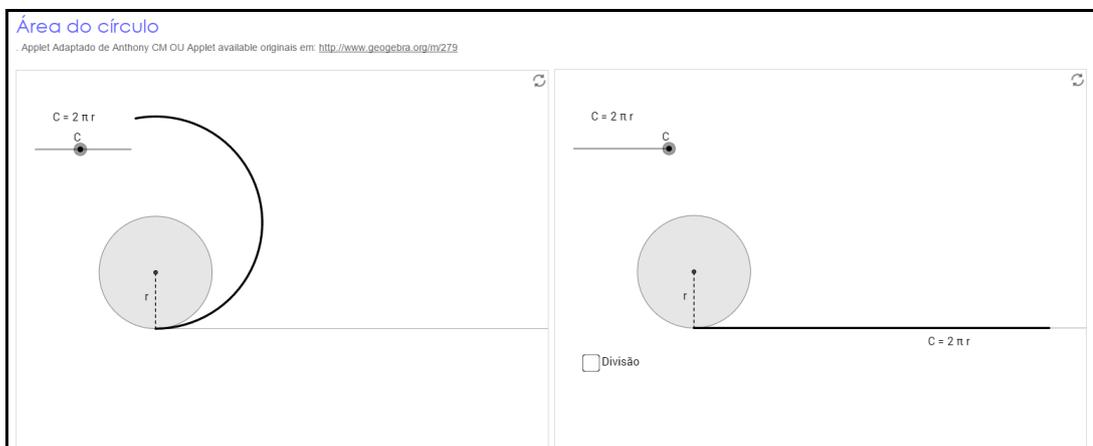


Figura 34: Área do Círculo após mover o seletor C
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Marcando a caixa “Divisão”, dois seletores, R e D, e um texto informando em quantas partes o círculo está dividido são exibidos, como pode ser visto na Parte 3 da Figura 35.

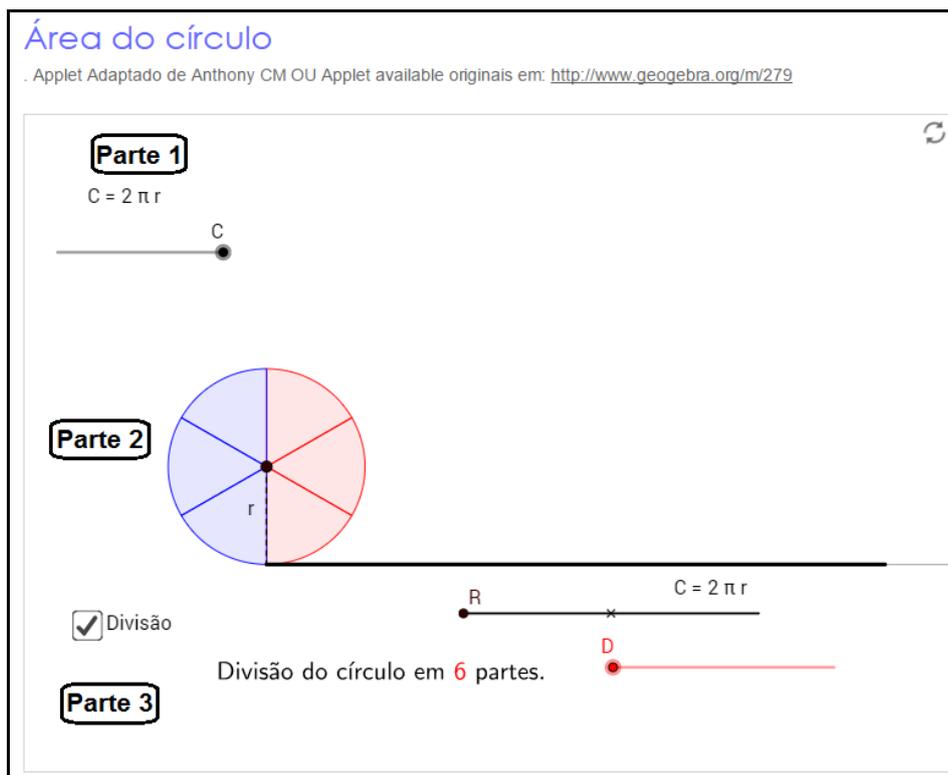


Figura 35: Área do Círculo após marcar a caixa “Divisão”
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Ao mover o seletor R, as partes do círculo são encaixadas sobre a metade da linha do comprimento (Figura 36).

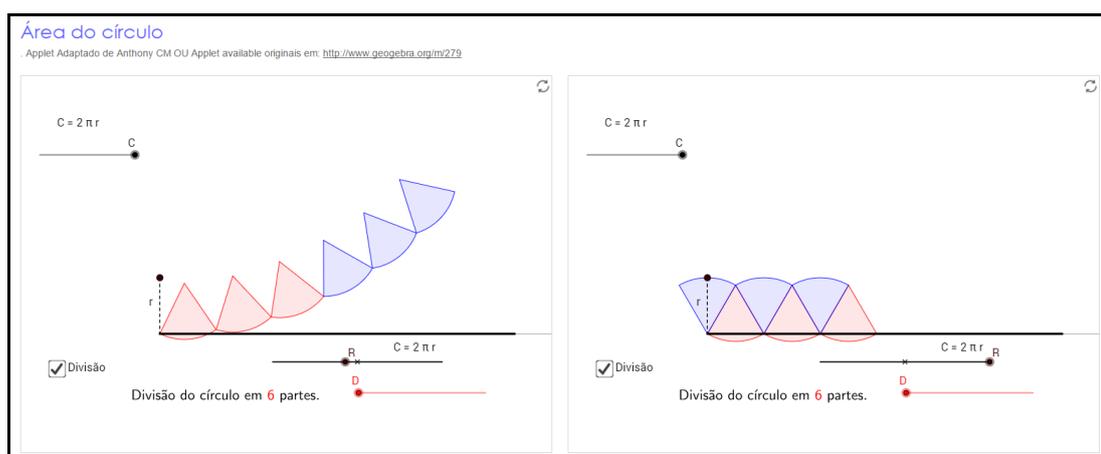


Figura 36: Área do Círculo após mover o seletor R

No item 4, o aluno é orientado a mover o seletor D, para dividir a circunferência em um número cada vez maior de setores, movendo o seletor R em

seguida, conforme ilustrado na Figura 37

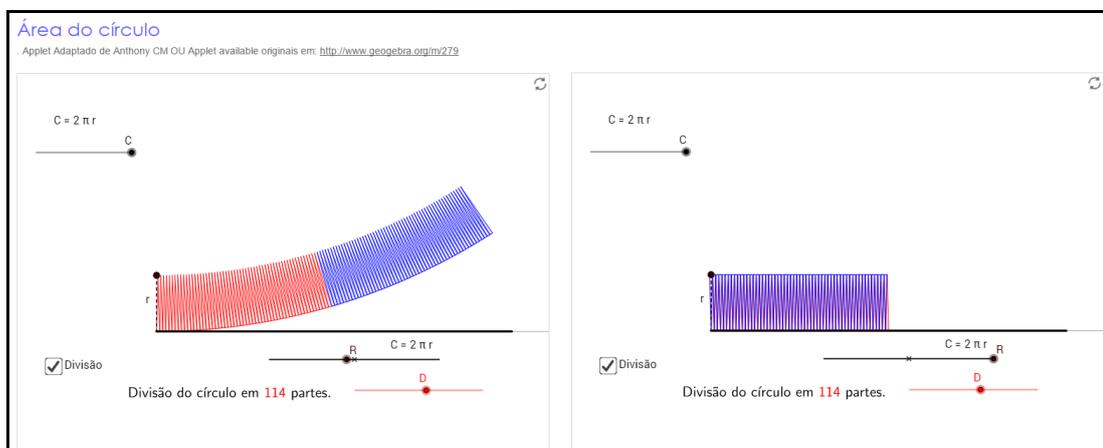


Figura 37: Área do Círculo após mover os seletores D e R.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

A elaboração desse *applet* e da atividade correspondente teve por objetivo criar condições para o aluno deduzir que quanto maior o número de partes da divisão do círculo, mais a área do círculo se aproximará da área do paralelogramo formado pelas partes do círculo e dividida por 2, isto é:

$$\text{Área}_{\text{círculo}} = \frac{2\pi r \times r}{2} = \frac{2\pi r^2}{2} = \pi r^2$$

Equação 6: Área do paralelogramo formado pelas partes do círculo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2015).

Os *applets* aqui apresentados foram elaborados para o uso em *tablets*, mas, todos podem ser acessados por meio de computadores e *notebooks* pelo *site* oficial do *GeoGebra*. Também é possível o acesso por meio de *smartphones*, no entanto, a visualização e manipulação em telas tão pequenas pode não ser satisfatória.

Ressalta-se que é possível o *download* de todos os *applets* para que modificações e melhorias sejam feitas por qualquer professor e/ou pesquisador.

As atividades apresentadas são sugestões de uso dos *applets*, podendo o professor usá-las como estão, adaptá-las de acordo com a sua realidade ou usar somente os *applets* com orientações orais.

3.6: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por objetivo relatar o desenvolvimento de *applets GeoGebra* para *tablets* e atividades didáticas que conduzem à construção de conhecimento sobre áreas de figuras planas.

Foram desenvolvidos e descritos *applets GeoGebra* para *tablets* e atividades que tiveram por objetivo possibilitar a compreensão de que figuras diferentes podem ter áreas iguais; a verificação geométrica de que triângulos com bases e alturas iguais possuem a mesma área; a dedução das fórmulas para o cálculo da área do quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango, triângulo qualquer, triângulo equilátero, hexágono regular e círculo. Buscou-se desenvolver os *applets* e as atividades com uma linguagem clara, acessível ao público do ensino básico, a partir do 9º ano do Ensino Fundamental, sem, no entanto, abrir mão do rigor científico típico da Matemática.

A elaboração dos *applets* e a adequação das construções para serem acessadas por meio de *tablets* foram algumas das dificuldades superadas nesse trabalho. Esta etapa requereu muito estudo dos recursos do *software GeoGebra*, além de muita pesquisa em *applets* sobre áreas de figuras planas disponíveis no *site* oficial do *GeoGebra*. O resultado obtido foi gratificante, uma vez que os *applets* foram desenvolvidos sem o conhecimento de programação, apenas com o conhecimento matemático e dos recursos do *GeoGebra*.

Destaca-se que não foram encontrados trabalhos com *applets GeoGebra* em *tablets*, o que evidencia a importância do trabalho aqui descrito.

Os resultados desta pesquisa podem ser úteis para pesquisadores do *software GeoGebra*. As adequações das construções relatadas neste trabalho podem ser repetidas para outras construções disponíveis no *site* oficial do *software*, possibilitando que cada vez mais seja feito o uso de *applets GeoGebra* em *tablets*.

3.7: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

AFONSO, Aida Patrícia Marques. **Módulos dinâmicos em GeoGebra para apoio ao ensino do cálculo de áreas**. 2013. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10773/12073>>. Acesso em: 10 out. 2015.

AMIRNUDIN, Mohamad Tahar Mohamad; SULAIMAN, Hajar. Exploring the use of tablet technology as a teaching tool at Kolej Matrikulasi Perak. In: NATIONAL SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL SCIENCES: RESEARCH IN MATHEMATICAL SCIENCES, 20, 2013, Putrajaya. **Proceedings...** Putrajaya: AIP Publishing, 2013. p. 590 - 595. Disponível em: <<http://goo.gl/QWiPQn>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ARZARELLO, Ferdinando; BAIRRAL, Marcelo A.; DANE, Cristiano. Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 33, n. 1, p.39-51, 28 fev. 2014. Disponível em: <<http://connection.ebscohost.com/c/case-studies/94799509/moving-from-dragging-touchscreen-geometrical-learning-geometric-dynamic-software>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Orientações Curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília-DF: MEC - Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRAVIANO, G.; RODRIGUES, H. W. L. Geometria Dinâmica: uma nova Geometria. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n.49, p. 22-26, 2002. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/>>. Acesso em: 14 maio 2014.

CHENG, Kell; LEUNG, Allen. A dynamic applet for the exploration of the concept of the limit of a sequence. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 46, n. 2, p.187-204, 30 ago. 2014. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2014.951007?journalCode=tmes20>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas: capacitação para professores do Ensino Fundamental**. 1998. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998. Disponível em: <<http://goo.gl/eMkwHB>>. Acesso em: 10 out. 2015.

DEATER-DECKARD, Kirby et al. Student behavioral engagement during mathematics educational video game instruction with 11–14 year olds. **International Journal of Child-computer Interaction**, v. 2, n. 3, p.101-108, set. 2014. Disponível em: <<http://books.genems.com/journals/1st-year/Mathematics%20-%20I/5.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

DOUADY, Regine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 4, p.387-424, nov. 1989. Disponível em:

<<http://link.springer.com/article/10.1007%2F0315608>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

GEOGEBRA.ORG. **Area of a trapezoid.** Disponível em: <<http://tube.GeoGebra.org/material/simple/id/45883>>. Acesso em: 17 fev. 2016.

GOLDENBERG, Paul; SCHER, Daniel; FEURZEIG, Nannette. What lies behind dynamic interactive geometry software? In: BLUME, Glendon W.; HEID, Mary Kathleen. **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: cases and perspectives.** 2. ed. Charlotte: Information Age Publishing, 2008. p. 53-88. Disponível em: <<https://goo.gl/wukEz2>>. Acesso em: 10 out. 2015.

HAVELKOVÁ, Veronika. GeoGebra in Teaching Linear Algebra. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON E-LEARNING, 12, 2013, Valbonne. **Proceedings...** Valbonne: Academic Conferences and Publishing International Limited Reading, 2013. p. 581 - 589. Disponível em: <<http://goo.gl/2GsXW6>>. Acesso em: 10 out. 2015.

HOHENWARTER, Markus; PREINER, Judith. Dynamic mathematics with GeoGebra. **The Journal of Online Mathematics and its Applications**, v. 7, p.1-2, 2007. Disponível em: <<http://goo.gl/lr8qsZ>>. Acesso em: 10 out. 2015.

ISOTANI, Seiji et al. Interactive Geometry Goes Mobile with GeoTouch. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES, 14. 2014, Atenas. **Proceedings...** Atenas: IEEE, 2014. p.181-185. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=6901431&tag=1>. Acesso em: 12 ago. 2015.

LARA, Cybelle Passos Bezerra. Cálculo de áreas de figuras planas por dissecção e recomposição. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2013, Curitiba. **Anais....** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 - 9. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/945_1471_ID.pdf>. Acesso em: 10 out. 2015.

LAU, Alan Pak Tao; HO, Siu-lau. Using ipad 2 with note-taking apps to enhance traditional blackboard-style pedagogy for mathematics-heavy subjects: a case study. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING, ASSESSMENT AND LEARNING FOR ENGINEERING 2012, Hong Kong. **Proceedings....** Hong Kong: IEEE, 2012. p. H3C-4-H3C-6. Disponível em: <<http://goo.gl/nFmUb2>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

LOPES, Cláudia Luísa de Matos. **A aprendizagem de perímetros e áreas GeoGebra: Uma experiência de ensino**. 2013. 304 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa-PT, 2013. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/10240>>. Acesso em: 10 out. 2015.

PAVANELLO, R. M. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: SBEM. v. 2, 2004.

PRECIADO-BABB, Armando Paulino. Incorporating the iPad in the mathematics classroom: Extending the mind into the collective. **International Journal of Engineering Pedagogy**, v. 2, n. 2, p.1-5, 2012. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/10240>>. Acesso em: 10 out. 2015.

RICONSCENTE, Michelle M. Results from a controlled study of the ipad fractions game motion math. **Games and Culture**, v. 8, n. 4, p.186-214, 1 jul. 2013. Disponível em: <<http://static1.squarespace.com/static/56b55d7ad210b8dc59250285/t/56bd637f55598660590a7027/1455252354801/Riconscente+2013+Games+and+Culture+iPad+study+w+current+contact+info.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2015.

RODRÍGUEZ, Y. SANTANA, A. MENDONZA, L. M. Physics education through computational tools: the case of geometrical and physical optics. **Physics Education**, v. 48, n. 5, p. 621, 2013. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/article/10.1088/0031-9120/48/5/621/meta>>. Acesso em: 10 out. 2015.

SANTOS, Victor Cesar Paixão. **Mathlets: possibilidades e potencialidades para uma abordagem dinâmica e questionadora no ensino de matemática**. 2008. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/02VictorPaixao.pdf>>. Acesso em: 10 ago, 2015.

SILVA, Fernando. Firmino da. RODRIGUES, Adriana Alves. Interações analógico e digital móvel na mídia impressa: camadas informacionais na narrativa com QR Code, aurasma e realidade aumentada. **Rizoma**, v. 1, n. 1, p. 71-84, 2013. Disponível em: <<http://goo.gl/095XWa>>. Acesso em: 10 ago, 2015.

ZENGIN, Yılmaz; FURKAN, Hasan; KUTLUCA, Tamer. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. **Procedia: Social And Behavioral Sciences**, v. 31, p.183-187, 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042811029673>>. Acesso em: 10 ago, 2015.

4: AVALIAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ESTUDO DE ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

4.1: RESUMOS

4.1.1: Resumo em Língua Vernácula

O presente trabalho teve por objetivo analisar os dados obtidos na avaliação da eficácia de um conjunto de *applets GeoGebra* para *tablets* e de uma apostila de atividades na aprendizagem de áreas de figuras planas com alunos do Ensino Médio. Para tanto, foi realizado um experimento com três grupos de alunos que sofreram intervenções com o uso de *applets GeoGebra* e com o uso de livro didático. Os dados obtidos por meio de testes somativos foram analisados estatisticamente. Os resultados permitiram concluir que o uso dos *applets* antes do uso do livro foi mais eficaz do que o uso livro antes do uso dos *applets*. Além disso, de forma geral, os *applets* se mostraram significativamente eficazes tanto com o uso do livro, quanto sem o uso dele.

PALAVRAS-CHAVE: Applets GeoGebra. Tablets. Eficácia

4.1.2: Resumo em Língua Estrangeira: Abstract

The purpose of this research is analyze the data obtained in the evaluation of the effectiveness of a set of applets GeoGebra for tablets and an activity booklet in the learning of areas of plane figures with high school students .For this, an

experiment was conducted with three groups of students who have suffered interventions using GeoGebra applets and using textbook. The data collected through summative tests were statistically analyzed. The results showed that the use of applets before the book use was more effective than the book use before using applets. Furthermore, generally speaking, the applets were significantly effective both with the use of the book, as without the use of it.

KEYWORDS: Applets. GeoGebra. Tablets. Effective.

4.2: INTRODUÇÃO

O desenvolvimento acelerado das tecnologias digitais (TD) vem proporcionando o surgimento de novas possibilidades no auxílio ao ensino e à aprendizagem de Matemática (PRECIADO-BABB, 2012); (LAU; HO, 2012); (RICONSCENTE, 2013); (AMIRNUDIN; SULAIMAN, 2013); (ARZARELLO; BAIRRAL; DANE, 2014); (DEATER-DECKARD et al., 2014). Para Preciado-Babb (2012), uma dessas possibilidades é o uso de dispositivos móveis.

Vários autores destacam características vantajosas no uso dos dispositivos móveis, como o *touchscreen*, que permite a entrada sem mouse ou teclado, a bateria de longa duração, a capacidade de se conectar à internet e a disponibilidade de vários aplicativos para *download* de baixo custo (FISHER; LUCAS; GALSTYAN, 2013); (BRYANT et al., 2015); (ZHANG et al., 2015).

Há uma grande quantidade de aplicativos de Matemática para *tablets* e *smartphones* disponíveis tanto na App Store como no Google Play (ZHANG et al., 2015) e alguns estudos têm investigado o uso desses aplicativos na aprendizagem (BERTOLO; VIVIAN; DINET, 2013); (RICONSCENTE, 2013); (BRYANT et al., 2015); (PITCHFORD, 2015); (ZHANG et al., 2015). Em geral, os autores destacam que os aplicativos permitem aos alunos uma variedade de atividades de forma atraente e eficaz, fornecendo *feedback* imediato, promovendo a motivação e favorecendo o desenvolvimento de um raciocínio mais rápido.

Um tipo de aplicativo que pode ser utilizado em *tablets* é o *applet GeoGebra*, que é uma construção elaborada no *software* de Matemática Dinâmica *GeoGebra*. Um *applet* permite a visualização de vários elementos de forma dinâmica, no qual

alguns objetos podem ser modificados enquanto outros são mantidos (HAVELKOVÁ, 2013). O uso de *applets*, segundo Santos (2008), permite que o aluno faça experimentações e investigações, possibilitando a elaboração de conjecturas sobre determinado conceito.

Diversos estudos descrevem o desenvolvimento e/ou o uso de *applets GeoGebra* no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (ZENGIN; FURKAN; KUTLUCA, 2012); (HAVELKOVÁ, 2013); (LARA, 2013); (AFONSO; 2013); (MALGIERI; ONORATO; AMBROSIS, 2014); (CHENG; LEUNG, 2015). Dentre as vantagens no uso de *applets* destacadas pelos autores, encontra-se:

- i) ajuda a aprofundar os conhecimentos matemáticos;
- ii) articula as representações algébricas e geométricas, minimizando o tempo para efetuar cálculos;
- iii) cria situações que favorecem o desenvolvimento de senso crítico sobre as soluções;
- iv) apresenta diferentes tipos de *feedback* que apoiam a explicação de fenômenos matemáticos.

Particularmente, no ensino de áreas de figuras planas, Lara (2013) e Afonso (2013) destacam que o uso de *applets GeoGebra* contribui para que os alunos deduzam as fórmulas de certas figuras por meio de outras fórmulas já conhecidas, como a do retângulo e a do triângulo, além de permitir que os alunos trabalhem em seu próprio ritmo.

No entanto, os *applets* mencionados em tais estudos foram elaborados e utilizados em computadores *desktops*, no qual a interação entre o usuário e os recursos é feita por teclado, mouse e monitor.

Alguns autores destacam que, pela curta existência dos dispositivos móveis, ainda há pouca pesquisa que investiga a eficácia de aplicativos de Matemática para *tablets* (PITCHFORD, 2015); (AGOSTINHO et al., 2015); (ZHANG et al., 2015). O mesmo se estende aos *applets GeoGebra*. Além disso, a maioria dos estudos encontrados investiga o uso de aplicativos que tem como público-alvo crianças.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é analisar os dados obtidos na avaliação da eficácia de um conjunto de *applets* GeoGebra para *tablets* e de atividades didáticas na aprendizagem de áreas de figuras planas com alunos do Ensino Médio.

Assim, foram elaborados e aplicados testes somativos a grupos de alunos em diferentes situações pedagógicas, conforme descrito na seção 4.4. Os objetivos específicos da pesquisa foram:

- Identificar a existência de diferença significativa no resultado dos testes de dois grupos que tiveram o uso de *applets* em momentos diferentes (antes e depois de utilizarem o livro didático);
- Analisar o efeito do uso dos *applets*, quando utilizados sozinhos e antecidos ou precedidos pelo uso do livro didático;
- Analisar a eficácia do uso dos *applets* no índice de acerto de questões com diferentes níveis de dificuldades;
- Analisar o efeito dos *applets* em dois grupos de alunos, divididos segundo a média semestral na disciplina de Matemática.

Para atingir tais objetivos, os dados coletados foram analisados por meio de testes estatísticos.

Optou-se, neste trabalho, por não comparar o uso dos *applets* GeoGebra com o livro didático, mas sim, verificar a eficácia dos *applets* e em que momento (antes ou depois do livro didático) eles são mais eficazes na aprendizagem de áreas de figuras planas.

Na seção 4.3, são apresentados trabalhos que investigam a eficácia do uso do GeoGebra na aprendizagem e a eficácia no uso de aplicativos de Matemática para *tablets*. Na seção 4.4 são descritos os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa e, na seção 4.5 são apresentados e discutidos os resultados encontrados. Por fim, na seção 4.6, são feitas as considerações finais do trabalho.

4.3: REVISÃO DE LITERATURA

4.3.1: Avaliação da eficácia do *software GeoGebra* na aprendizagem

Zengin, Furkan e Kutluca (2012) investigaram os efeitos do *GeoGebra* no desempenho dos alunos do décimo ano do Ensino Médio da Turquia em funções trigonométricas, por meio de uma pesquisa quantitativa. Os alunos foram divididos em dois grupos: o experimental, com 25 alunos e o de controle, com 26. Eles foram submetidos a um pré-teste, que mostrou que não houve diferença significativa entre os grupos. Nas cinco semanas seguintes, o grupo experimental teve aulas com o *software GeoGebra* em um computador e o grupo de controle teve aulas sem o *GeoGebra*. Após as aulas, os grupos foram submetidos a um teste de desempenho, com 10 perguntas abertas, preparadas com base em diversos livros e em exames de admissão do Ensino Médio. Foi constatado que houve uma diferença significativa entre o rendimento do grupo experimental e do grupo de controle. Esta diferença foi em favor do grupo experimental, que teve aulas com o *GeoGebra*.

Havelková (2013) investigou o uso de *applets GeoGebra* na compreensão de operações básicas de álgebra linear. A pesquisa combinou ferramentas qualitativas e quantitativas e foi realizada com dois grupos, com um total de 34 de alunos do Ensino Superior de Matemática que cursam, separadamente, um seminário de Álgebra Linear. No pré-teste, os alunos responderam a um questionário para determinar se eles eram capazes de representar, geometricamente, uma série de itens como funções lineares, sistemas lineares, matrizes, adição e multiplicação de matrizes e determinantes. Os alunos indicaram em uma escala do tipo Likert com valores de 1 a 5, que importância deram à representação geométrica e à geometria dinâmica para ajudá-los a entender tópicos algébricos, de forma que 1 foi associado a "não ajuda em nada" e 5 a "foi muito útil". Durante a sessão de seminários, os alunos eram expostos a *applets GeoGebra* com representações geométricas no computador. Um questionário semelhante foi usado como um pós-teste no fim da sessão. A autora destaca que, embora a pesquisa realizada não permita generalizar os resultados, os dados indicaram que o uso dos *applets* contribuiu para que os alunos aprofundassem os seus conhecimentos sobre o conteúdo por meio das representações geométricas na compreensão de conceitos abordados. Segundo a autora, os alunos identificaram o potencial didático e versátil do *GeoGebra*.

Tenório, Costa e Tenório (2014) analisaram as vantagens e desvantagens do uso do *GeoGebra* no computador na resolução de problemas e exercícios de função polinomial do 1º grau em relação ao método de ensino tradicional. Para tanto, ele envolveu duas turmas do 1º ano do Ensino Médio: a primeira, chamada de controle, com 15 alunos e a segunda, alvo, com 10 alunos. Foi aplicado um pré-teste idêntico para as duas turmas. Após isso, se deu a intervenção em sala de aula na turma controle e, no laboratório de informática, na turma alvo. Na última etapa do experimento, as turmas responderam a um pós-teste, também idênticos, com questões similares as do pré-teste. Os autores utilizaram métodos qualitativos e quantitativos para analisar os dados e destacaram que em relação aos exercícios, estatisticamente, não houve avanço significativo entre o resultado dos pré-teste e pós-teste em nenhuma das turmas. Em relação aos problemas, houve um avanço entre o pré e o pós-teste. No entanto, não foi encontrada evidência quantitativa que apontasse vantagem de uma abordagem sobre a outra.

Cheng e Leung (2015), em um estudo exploratório qualitativo, investigaram a eficácia de um *applet GeoGebra* no auxílio à definição formal de limite de uma sequência ou convergência. O *applet* e uma sequência didática com orientação para o uso do *applet* foram utilizados com sete, dos 15 alunos de um curso de Análise de um instituto de formação de professores em Hong Kong. Para o levantamento de dados, foram utilizadas entrevistas e tarefas individuais. Os resultados da pesquisa apontam as seguintes vantagens no uso do *applet* desenvolvido: i) permite aos alunos relacionar a expressão simbólica com a representação gráfica; ii) cria situações propícias à argumentação matemática, e iii) produz diferentes tipos de *feedback*, apoiando a explicação de fenômenos matemáticos vistos na tela do computador.

Os *applets GeoGebra* também são usados na aprendizagem de Física, como nos trabalhos de Malgieri, Onorato e Ambrosis (2014) e de Iriarte, Aginaga e Ros (2014).

Malgieri, Onorato e Ambrosis (2014) utilizaram *applets GeoGebra* em uma sequência de ensino da disciplina Introdução de Física Quântica. Os autores testaram os *applets*, em uma pesquisa qualitativa, com alunos de um curso para professores de Física, mas que não tinham a qualificação formal. A maioria dos estudantes eram engenheiros ou professores de Matemática. Os alunos realizaram um pré-teste com perguntas abertas. Em seguida, tiveram o curso de 8h divididas

em sessões de duas horas cada, além de um teste final que continha algumas questões do pré-teste e alguns itens inspirados em repositórios conceituais existentes sobre física quântica e exercícios quantitativos. Os resultados encontrados pelos autores apontaram que o uso de *applets* torna as simulações facilmente acessíveis para o usuário, evitando o uso de algoritmos complexos e que permite aos professores modificarem e melhorarem os exemplos fornecidos, podendo adaptá-los às suas necessidades.

Iriarte, Aginaga e Ros (2014) utilizaram *applets GeoGebra* em aulas teóricas no curso de Licenciatura em Engenharia Mecânica. Os *applets* foram utilizados após os conceitos geométricos sobre máquinas serem apresentados no quadro negro, a fim de complementar o que foi exposto. Os *applets* foram disponibilizados, oportunizando que os alunos fizessem o *download* e os modificassem. Nas aulas práticas, de 2 horas, os alunos conheceram os recursos do *software* e aprenderam a elaborar seus próprios *applets*. Na segunda hora, eles foram convidados a resolver dois problemas utilizando o *GeoGebra*. Os alunos consideraram os *applets GeoGebra* muito úteis na compreensão de conceitos relacionados a máquinas. Nas aulas práticas, os autores apontaram que a aprendizagem é alcançada mais rapidamente com o uso dos *applets GeoGebra*, uma vez que os conceitos são mais facilmente ensinados.

Em geral, nos trabalhos apresentados, o uso de *applets GeoGebra* foi eficaz na aprendizagem de conceitos de Matemática e Física. Foi possível identificar que o uso de *applets* permite relacionar diferentes representações, contribuindo para o aprofundamento de conceitos, torna simulações acessíveis para o aluno, uma vez que evita o uso de algoritmos complexos e facilita o ensino por parte do professor, permitindo a modificação e o aprimoramento de *applets* já existentes de acordo com as suas necessidades.

Diferentemente da proposta do presente trabalho, a maioria dos estudos apresentados nessa seção, tiveram como participantes, alunos do Ensino Superior. Apenas as pesquisas de Zengin, Furkan e Kutluca (2012) e Tenório, Costa e Tenório (2014) investigaram o uso do *GeoGebra* com alunos do Ensino Médio. Além disso, desses dois, apenas o primeiro estudo investigou o uso de *applets GeoGebra*. No segundo, os alunos utilizaram as ferramentas do *GeoGebra* para a resolução de problemas e exercícios, não tendo resultados satisfatórios.

Até a data desta pesquisa, não foram encontrados trabalhos que envolvem o uso de *applets* *GeoGebra* em *tablet*, no entanto, o uso do aplicativo *GeoGebra* para *tablets*, foi objeto de pesquisa de Moreira, Peixoto e Batista (2013). O estudo das autoras teve por objetivo captar a visão de licenciandos em Matemática sobre o aplicativo *GeoGebra* para *tablets*, promovendo uma comparação com a versão para computador. Os resultados mostraram que a versão para *tablet* foi avaliada de forma positiva pela maioria dos participantes da pesquisa, mas a versão para computador foi melhor avaliada. As autoras destacaram que era preciso considerar que a versão para *tablet* estava em fase inicial e que os participantes possuem uma maior familiaridade com computador do que com o *tablet*. Ressalta-se que nesse estudo, não foram desenvolvidos *applets* para serem utilizados pelos participantes.

Na seção, a seguir, são apresentados estudos que analisaram a eficácia de aplicativos de Matemática para *tablets*.

4.3.2: Avaliação da eficácia de aplicativos de Matemática para *tablets*

Bertolo, Vivian e Dinet (2013) observaram os possíveis benefícios de interações pedagógicas em dispositivos móveis no contexto da aprendizagem de geometria 3D. Participaram do estudo 22 alunos com idades entre 10 e 15 anos de duas escolas diferentes. Na primeira sessão do estudo, todos os alunos foram convidados a resolver problemas de Geometria utilizando lápis e papel. A partir dos tipos de erro detectados no pré-teste, a escola de origem e a idade, os alunos foram divididos em três grupos: papel, *tablet* e sólidos. Na segunda sessão, os alunos foram novamente convidados a resolverem problemas matemáticos semelhantes aos primeiros. O grupo papel utilizou apenas papel para resolver os problemas, o grupo *tablet* utilizou o protótipo do aplicativo *GeometryGesture3D* em um *iPad* e folhas de papel, e o grupo sólidos utilizou sólidos geométricos e folhas de papel. Na terceira sessão, os alunos foram convidados a corrigirem os problemas resolvidos durante o teste utilizando as mesmas ferramentas. Os alunos também foram questionados sobre a facilidade de resolução e visualização em 3D, interesse e diversão de cada exercício. As análises estatísticas não revelaram diferenças significativas entre os grupos no pré-teste. No entanto, apenas o grupo *tablet* teve uma diferença significativa nos resultados entre o pré e pós-teste. O grupo papel

teve uma taxa quase constante de sucesso e o grupo sólidos, diminuiu a taxa de sucesso. Segundo os autores, essa queda na taxa do grupo sólido pode ter se dado à falta de hábito na utilização de sólidos na resolução de problemas, à dificuldade de relacionar a visão 3D de uma cena com a sua visão 2D e também, ao excesso de confiança que os alunos demonstraram, uma vez que não tentaram corrigir os testes na terceira sessão do estudo. Quanto à facilidade de resolução e visualização em 3D, ao interesse e à diversão de cada exercício, os autores identificaram um aumento significativo na opinião dos estudantes entre o pré e o pós-teste.

Riconscente (2013) investigou se o jogo para *iPad*, *Motion Math*, aumenta o conhecimento sobre frações entre crianças. Assim, ela dividiu 122 crianças da 5ª série, de duas escolas públicas da Califórnia, em dois grupos. Para o primeiro semestre do estudo, um grupo serviu como tratamento e o outro como controle, e, no meio do estudo, os dois grupos trocaram. O tratamento consistiu em jogar *Motion Math* diariamente por 20 minutos durante cinco dias letivos consecutivos e o grupo controle teve instrução matemática regular que não envolvia frações. Um teste foi elaborado, baseado em itens sobre frações e em avaliações governamentais, e foi aplicado três vezes em cada grupo, no início, no meio e no fim. Estes momentos foram chamados de pré-teste, teste médio e pós-teste. As análises consistiram em testes estatísticos para comparar um grupo com outro ao longo do tempo e as alterações do índice de acerto dentro de cada grupo. As análises dos dados revelaram que nas duas escolas, os ganhos significativos de aprendizagem dependiam do período em que os participantes jogavam *Motion Math*. Segundo as análises estatísticas, os dois grupos não diferiram significativamente no pré-teste. No teste médio, o Grupo 1, que jogou *Motion Math* primeiro, teve um resultado maior em relação ao Grupo 2, que jogou depois. No pós-teste, os dois grupos tiveram resultados equivalentes. A autora destaca várias razões para o aumento do conhecimento sobre frações com o uso do *Motion Math*. Segundo ela, o jogo oferece *feedback* imediato, passagem de níveis, alto número de problemas e tempo restrito para a resolução dos problemas, o que pode favorecer o desenvolvimento de um esquema de resolução mais rápido.

Em uma pesquisa quantitativa, Bryant et al. (2015) comparou a eficácia de três intervenções na aprendizagem de multiplicação: por meio de aplicativo para *tablets*, por meio da instrução do professor e uma instrução combinada, que envolvia as duas primeiras. Participaram da pesquisa seis estudantes da quarta série de uma

escola do Texas, todos identificados com algum tipo de deficiência de aprendizagem. Os alunos foram divididos em duplas e em cada dia, um par recebeu um tipo de intervenção. No final de 15 dias, cada par participou de cinco sessões de 30 minutos, de cada uma das intervenções. Os aplicativos utilizados foram *Math Drill* e *Math Evolve*. Na sessão com os aplicativos e na instrução combinada, os alunos foram orientados a trabalhar de forma independente e solicitar a assistência do orientador, somente se o *iPad* ou o aplicativo não funcionasse de forma satisfatória, o que não ocorreu. Na sessão com a instrução do professor na instrução combinada, o orientador corrigiu os erros dos alunos ou proferiu elogios. Questionários para avaliar o conhecimento sobre multiplicação foram aplicados diariamente. Ao final do estudo, cada aluno tinha resolvido 70 multiplicações. Segundo os autores, em termos de comparação entre as intervenções, os resultados desse experimento não são conclusivos. Os alunos pontuaram mais após a instrução dada pelo professor, mas com base nas médias dos alunos, a abordagem que combina as duas instruções foi um pouco melhor do que a instrução do professor, seguida da abordagem com os aplicativos. No entanto, não foi possível identificar a melhor abordagem para cada aluno, uma vez que o número de acertos de cada sessão foi muito variável. Assim, os autores concluem que há pouca diferença entre as três formas de instrução e destacam que esses resultados devem ser interpretados como preliminares e com cautela.

O estudo quantitativo de Pitchford (2015) avaliou a eficácia de uma intervenção baseada em *tablet* para apoiar habilidades matemáticas em crianças do ensino primário. Participaram da pesquisa 318 crianças de uma escola primária do Malawi, um país da África Oriental. Elas foram divididas aleatoriamente em três grupos: um que sofreu uma intervenção matemática por meio de *tablet* (grupo de tratamento), um que sofreu uma intervenção por meio de *tablets*, mas não estudou Matemática (grupo placebo), e um grupo que teve aulas tradicionais (grupo controle). As crianças realizaram um pré-teste antes do experimento e um pós-teste, depois de uma intervenção de oito semanas. A intervenção do grupo de tratamento consistiu no uso de quatro aplicativos para o estudo de Matemática: *Masamu 1*, *Masamu 2*, *Count to 10* e *Count to 20*. As crianças utilizaram os aplicativos em seu próprio ritmo. Na intervenção do grupo placebo, os aplicativos utilizados foram *Music Sparkles*, *Drawing Pad*, *Toca Tailor* e *Toca Hair Salon*. Tais aplicativos são educativos, porém não envolvem conceitos matemáticos. O objetivo da existência

desse grupo foi identificar possíveis efeitos no uso de aplicativos de Matemática de variáveis externas associadas com o uso de *tablets*. Excluídos os dados das crianças que não realizaram todas as etapas da pesquisa, os dados de 283 crianças foram analisados. Os resultados indicaram que a intervenção com o uso de *tablets* pode adicionar um valor significativo para a prática normal de sala de aula e apoiar o desenvolvimento de habilidades matemáticas de crianças da escola primária.

O estudo de Zhang et al. (2015) teve por objetivo investigar se determinados aplicativos de matemática podem melhorar a aprendizagem de alunos com dificuldades. Participaram da pesquisa, 18 alunos do 4º ano, com idade média de nove anos, de uma escola pública dos Estados Unidos. Os estudantes utilizaram os aplicativos *Splash Math*, *Motion Math Zoom* e *Long Multiplication* em quatro sessões de 80 a 90 minutos ao longo de um mês para suplementar a instrução regular de sala de aula. Em cada sessão, os alunos tiveram de 5 a 10 minutos para aprender a usar os aplicativos. Durante o uso dos aplicativos, os orientadores poderiam oferecer ajuda aos alunos com dificuldades nas tarefas. Os alunos trabalharam individualmente nos aplicativos, mas puderam conversar com os colegas. Para medir a aprendizagem, os alunos realizaram três avaliações. Em cada uma delas, os alunos utilizaram 15 minutos em um pré-teste antes de usarem os aplicativos e 15 minutos no mesmo teste, depois de utilizarem os aplicativos (pós-teste). As porcentagens de acerto em cada teste foram calculadas e analisadas estatisticamente. Para a análise dos dados, os alunos foram divididos em dois grupos: Grupo 1, de alunos com dificuldades, incluiu quatro alunos com necessidades especiais e seis em situação de risco e Grupo 2, referido como o grupo de alunos típicos, incluiu sete alunos sem qualquer rótulo e um aluno superdotado. Os autores concluíram que o uso de aplicativos de Matemática pode ser uma prática eficaz no auxílio ao ensino de estudantes com dificuldades. Primeiro, porque os estudantes com dificuldades são mais abertos a melhorias do que estudantes tidos como típicos. E segundo, porque os aplicativos fornecem *feedback* imediato e quebra processos complexos em passos menores, podendo ser ainda mais benéfico para alunos com dificuldades.

Em geral, os aplicativos avaliados nos estudos apresentados foram eficazes. As características dos aplicativos destacadas pelos autores citados foram:

- i) facilita a visualização 3D;

- ii) fornece *feedback* imediato;
- iii) apoia o desenvolvimento de habilidades matemáticas;
- iv) "quebra" processos complexos em passos menores;
- v) auxilia o ensino de estudantes com dificuldades.

Destaca-se que de forma distinta do trabalho aqui desenvolvido, os estudos apresentados não investigaram o uso de aplicativos com alunos do Ensino Médio, não levaram em consideração o desempenho acadêmico dos estudantes, e não examinaram se o efeito do uso dos aplicativos é mais favorável a um grupo de alunos do que a outro. Além disso, dos trabalhos relatados, somente a pesquisa de Bryant et al. (2015) investigou o uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática em conjunto com a prática de ensino tradicional. No entanto, os resultados da pesquisa desses autores não foram conclusivos.

4.4: METODOLOGIA

4.4.1: Desenho do experimento

Para avaliar a eficácia de um conjunto de *applets* sobre áreas de figuras planas em diferentes situações pedagógicas com alunos do Ensino Médio foram definidos três tipos de intervenção pedagógica:

- **Intervenção L**: com o uso de livro didático, também sobre áreas;
- **Intervenção A**: com o uso de *applets GeoGebra* sobre áreas de figuras planas;
- **Intervenção Controle**: sobre um tema matemático diferente de áreas de figuras planas.

O experimento foi realizado com três grupos de alunos, nomeados Grupo L-A, Grupo A-L e Grupo C. O Grupo L-A, com 22 alunos, sofreu a intervenção L e, em seguida, a intervenção A. O Grupo A-L, com 16 alunos, teve as intervenções na ordem contrária. O Grupo Controle, com 18 alunos, sofreu uma intervenção sobre conteúdo matemático diferente de áreas de figuras planas.

Um teste somativo foi elaborado para a coleta de dados. Todos os grupos realizaram esse teste três vezes, no início, meio e fim do experimento. Neste trabalho, esses três momentos são chamados de Teste 1, Teste 2 e Teste 3.

As etapas executadas nos três grupos do experimento estão representadas na Figura 38.

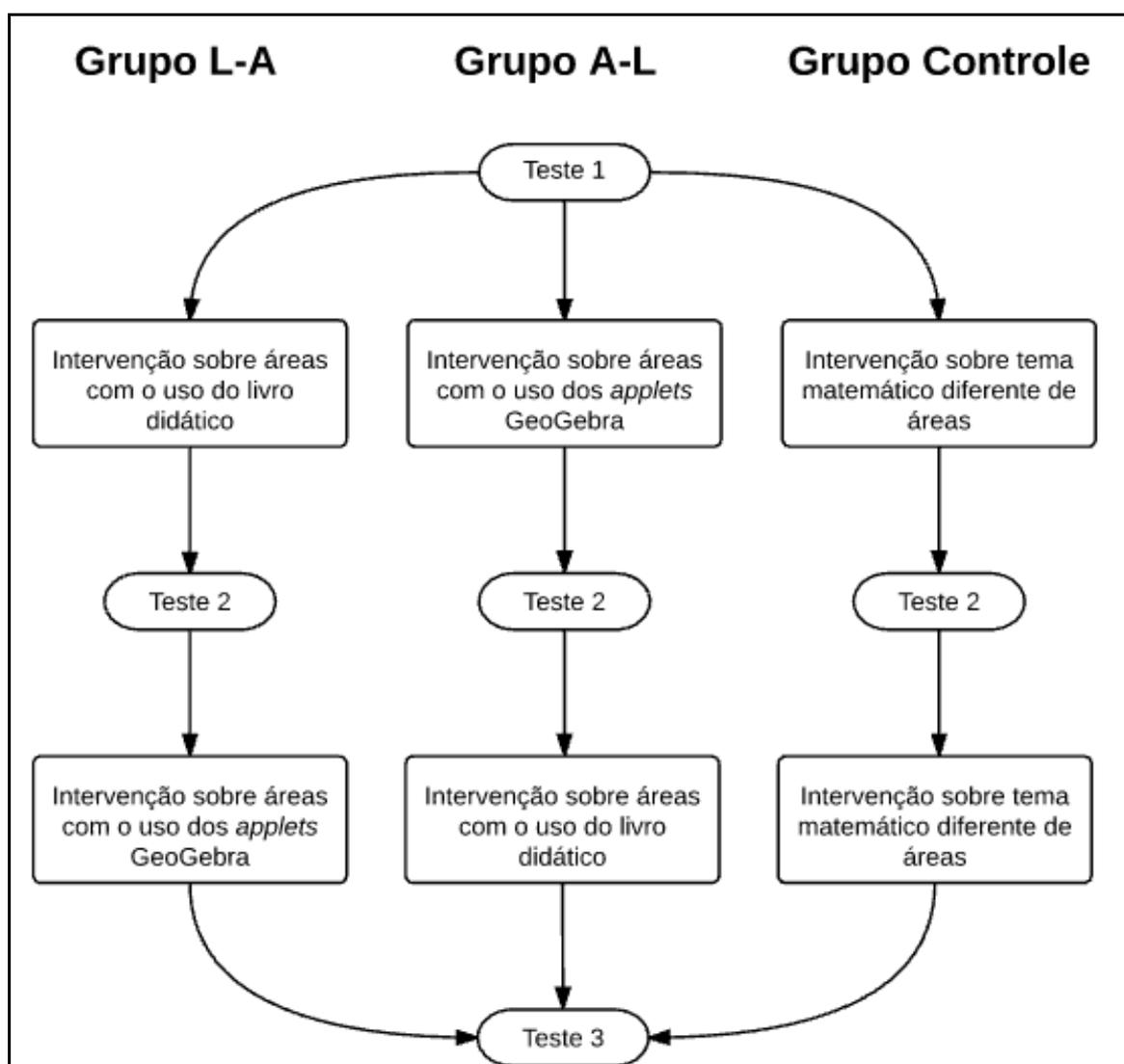


Figura 38: Etapas do experimento
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

O Grupo Controle realizou os testes sem sofrer uma intervenção sobre áreas de figuras planas com o objetivo de identificar se a repetição dos testes iria influenciar no índice de acerto dos alunos.

4.4.2: Medidas

O teste (APÊNDICE B) elaborado para medir o conhecimento sobre o tema áreas de figuras contém 12 questões objetivas sobre o tema, com quatro opções de respostas para cada uma delas. As questões estão de acordo com os problemas disponíveis em livros didáticos e utilizados em vestibulares.

Todas as questões foram utilizadas nas três versões do teste (Teste 1, Teste 2 e Teste 3). No entanto, em cada uma das versões, elas apareciam em uma ordem diferente, bem como as opções. Todas as 12 questões tiveram pesos iguais na correção.

4.4.3: Participantes

Participaram da pesquisa 56 alunos, de três turmas, matriculados no 1º ano do Ensino Técnico integrado ao Ensino Médio de uma instituição pública federal do Noroeste do Estado do Rio de Janeiro.

Todos os alunos já tiveram experiência com *tablets* na aprendizagem de Matemática, com *applets GeoGebra* e já estudaram o tema áreas de figuras planas em algum momento da vida escolar.

As três turmas possuem a mesma professora de Matemática e esta atuou como intervencionista em todas as etapas.

4.4.4: Intervenção com o uso do livro didático

O livro didático utilizado durante o tratamento foi o mesmo adotado no ano letivo de 2015, escolhido pelos professores de Matemática da instituição de ensino na qual foi realizada o experimento. A intervenção ocorreu em uma sala de aula

convencional, com o uso do quadro branco e marcadores coloridos. Os alunos estavam organizados em filas, cada um de posse de seu próprio livro.

4.4.5: Intervenção com o uso dos *applets* GeoGebra em *tablets*

Treze *applets* GeoGebra e uma apostila de atividades intitulada “Estudando Áreas de Figuras Planas com *applets* GeoGebra em *tablet*” (APÊNDICE A) elaborados pela autora dessa pesquisa compuseram os materiais da intervenção com o uso de *applets*.

Os *applets* tiveram os seguintes objetivos: i) possibilitar a compreensão de que figuras diferentes podem ter áreas iguais; ii) permitir verificar, geometricamente, que triângulos com bases iguais e alturas iguais possuem a mesma área; iii) permitir a dedução das fórmulas para o cálculo de áreas do quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo qualquer, triângulo equilátero, hexágono regular, trapézio, losango e círculo.

As nove atividades são investigativas, com uma abordagem diferente dos exercícios tradicionais dos livros didáticos e foram desenvolvidas, para serem resolvidas com o uso dos *applets*.

A intervenção por meio dos *applets* GeoGebra ocorreu em uma sala de aula, não convencional da instituição de ensino, equipada com *tablets* Android e *iPads*, chamada Tecnoteca. Nessa sala de aula, as mesas são redondas, e os alunos ficaram dispostos em grupos de cinco. Como os *applets* podem ser acessados de qualquer dispositivo e por entender que não há diferença técnica que possa interferir de forma significativa no uso dos *applets*, optou-se por deixar que cada aluno escolhesse entre *tablets* Android e *iPads*.

Na Figura 39 é apresentado um dos 13 *applet* utilizados. Ele permite a dedução da fórmula para o cálculo da área do trapézio.

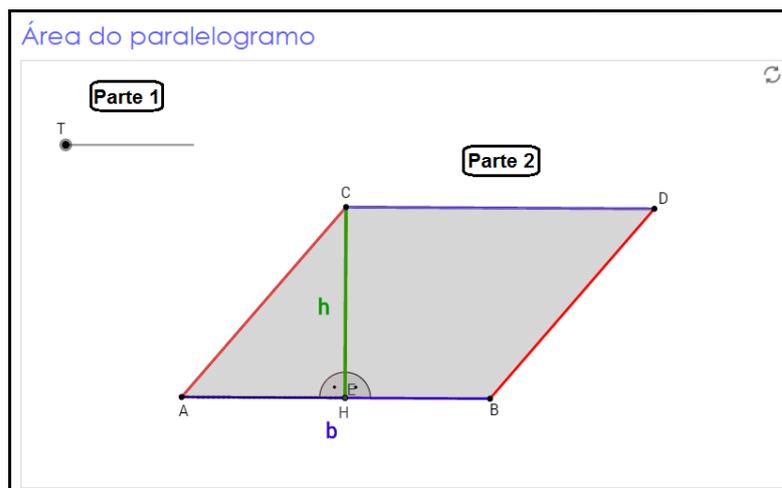


Figura 39: Área do Paralelogramo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Na Parte 1 da Figura 39, encontra-se o seletor T e na Parte 2, um paralelogramo que pode ser movimentado pelos pontos B e/ou C sem perder suas propriedades.

No Quadro 12 apresenta-se a Atividade 4 da apostila, elaborada para ser realizada com o *applet* apresentado na Figura 39.

<p>1- Observe o paralelogramo ABCD de base b e altura h. Mova o seletor T até o final. Que figura a região sombreada representa agora?</p> <hr/>
<p>2- Volte o seletor T para sua posição inicial e, em seguida, mova os pontos B e/ou C. Após mover os pontos B e/ou C, mova o seletor T até o final novamente. Que figura a região sombreada representa?</p> <hr/>
<p>3- Qual a relação entre a medida da base da nova figura e a medida da base do paralelogramo? E qual a relação entre a medida da altura do paralelogramo e a medida da altura da nova figura?</p> <hr/>
<p>4- Qual a relação entre a área dessa figura e a área do paralelogramo?</p> <hr/> <hr/>
<p>5- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um paralelogramo qualquer.</p> <hr/> <hr/>
<p>6- Determine a expressão da área do paralelogramo ABCD em função da base b e da altura h.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 0 auto;"></div>

Quadro 12: Atividade 4 da apostila
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Nessa atividade, o aluno é orientado a movimentar o seletor T, observando qual a figura formada pela região sombreada.

A movimentação do seletor T translada o triângulo ACH e transforma o paralelogramo em um retângulo de mesma área, conforme ilustrado na Figura 40.

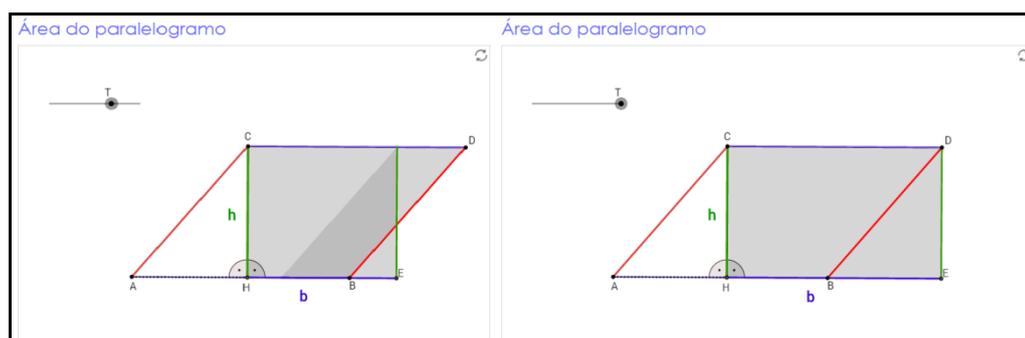


Figura 40: Área do Paralelogramo após mover o seletor T
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

A seguir, o usuário voltou com o seletor T para a posição inicial e moveu os vértices B e/ou C do paralelogramo. Pretendeu-se com essa ação, permitir que o aluno verificasse que qualquer paralelogramo pode ser transformado em um retângulo.

O usuário também foi questionado sobre as relações entre as medidas das bases e das alturas do paralelogramo e retângulo.

O objetivo desse *applet*, juntamente com a atividade, foi permitir que o aluno deduzisse que a área do paralelogramo é igual à do retângulo que tem a mesma medida da base e da altura.

Assim, é possível deduzir que a fórmula para o cálculo da área do trapézio é a metade da área do paralelogramo, ou seja:

$$\text{Área}_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

Equação 7: Cálculo da área do trapézio
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

4.4.6: Coleta de dados

As médias obtidas a partir no número de acerto em cada um dos testes de cada grupo foram calculadas utilizando a fórmula:

$$\text{Média do teste} = \frac{\sum \text{n}^\circ \text{ de acertos de cada participante}}{12 \times \text{n}^\circ \text{ de participantes}} \times 100$$

Equação 8: Fórmula das médias Obtidas a partir do Número de Acerto em Cada um dos Testes
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Além dos dados dos testes, a média de cada aluno na disciplina de Matemática obtida no semestre anterior ao experimento foi coletada por meio dos registros dos diários escolares de posse da professora das turmas.

A seguir, são descritos os cálculos e testes estatísticos efetuados para avaliar a eficácia dos *applets GeoGebra*.

4.4.6.1: Cálculos para Verificar a Homogeneidade dos Grupos e o Efeito da Repetição.

Para validar o experimento foi preciso verificar a homogeneidade entre os grupos e identificar se houve algum efeito causado pela repetição dos testes do Grupo C. Assim, foram feitas as comparações apresentadas no Quadro 13.

Composição do estrato		Objetivo	Teste estatístico
Teste	Grupo		
Teste 1	L-A	Verificar a homogeneidade entre os grupos.	Análise de variância (ANOVA)
Teste 1	A-L		
Teste 1	C		
Teste 1	C	Verificar o efeito da repetição dos testes na média de acerto.	Análise de variância (ANOVA)
Teste 2			
Teste 3			

Quadro 13: Cálculos realizados para validar o experimento
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

4.4.6.2: Cálculo das Médias dos Efeitos do Livro Didático e dos Applets

Para analisar os efeitos das intervenções, as médias de acertos depois de cada uma delas foram calculadas e comparadas conforme o Quadro 14.

Fonte de variação	Estrato comparado	Composição do estrato		Teste estatístico
		Teste	Grupo	
Livro	Sem livro	1	C	Teste t
		2		
		3		
		1	A-L	
		2		
		1	L-A	
	Com livro	2	L-A	
		3		
		3	A-L	
Applets	Sem applets	1	C	Teste t
		2		
		3		
		1	L-A	
		2		
		1	A-L	
	Com applets	2	A-L	
		3		
		3	L-A	

Quadro 14: Cálculos Realizados para Verificar o Efeito do Livro e dos Applets
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

4.4.6.3: Cálculo do nível de Dificuldade das Questões

Para classificar as questões por nível de dificuldade, calculou-se a média de acerto de cada uma das 12 questões do Teste 1 de todos os grupos utilizando a seguinte fórmula:

$$\text{Média de acerto da questão} = \frac{\text{n}^\circ \text{ de acertos da questão}}{\text{n}^\circ \text{ total de participantes}} \times 100$$

Equação 9: Fórmula para Calcular as Médias das Questões por Nível de Dificuldade
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

As quatro questões com os maiores índices de acerto foram classificadas como fáceis, as quatro com os menores, como difíceis e as outras quatro como médias.

A média de acerto de cada nível de questão foi calculada utilizando a fórmula:

$$\text{Média de acerto em cada nível} = \frac{\sum \text{médias de acerto das questões de mesmo nível}}{4} \times 100$$

Equação 10: Fórmula para Calcular a Média de Acerto em Cada Nível
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Para a comparação entre as médias em cada nível de questão, foi realizada a ANOVA e o teste de Tukey.

4.4.6.4: Divisão dos Alunos Segundo a Média Semestral

Os participantes foram divididos em dois grupos, segundo a nota semestral de Matemática no semestre anterior ao do experimento. Os alunos com as médias semestrais maiores do que 6,0 ou iguais a 6,0 formaram o grupo $MS \geq 6,0$, e os alunos com médias menores do que 6,0, o grupo $MS < 6,0$.

Os índices de acerto em cada um desses grupos foram calculados pela fórmula:

$$\text{Média de acerto do grupo} = \frac{\sum \text{nº de acerto de cada participante do grupo}}{\text{nº total de participantes do grupo}} \times 100$$

Equação 11: Fórmula para Calcular os índices de Acerto em Cada Grupo
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

A comparação entre as médias do grupo foi feita por meio do teste t.

4.4.6.5: Cálculo do Efeito da Ordem em que os Applets foram usados

Para identificar se há diferença significativa entre as médias finais dos grupos que tiveram a intervenção dos *applets* em momentos diferentes, foram utilizadas as médias do Teste 3 dos Grupos L-A e A-L. A comparação é apresentada no Quadro 15.

Fonte de variação	Estratos Comparados	Composição do estrato		Objetivo	Teste estatístico
		Teste	Grupo		
Ordem das intervenções	Livro antes dos <i>applets</i>	Teste 3	L-A	Verificar se houve diferença significativa entre os grupos que tiveram a intervenção dos <i>applets</i> em momentos diferentes.	Teste t
	<i>Applets</i> antes do livro	Teste 3	A-L		

Quadro 15: Comparação realizada entre as notas finais dos dois grupos de tratamento
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

4.4.6.6: Cálculo do Efeito dos Applets nos Estratos

Para analisar o efeito do uso dos *applets* quando utilizados sozinhos e antecidos ou precedidos pelo uso do livro didático, as médias referentes a cada intervenção foram calculadas segundo o Quadro 16.

Estratos comparados	Composição dos estratos	
	Teste	Grupos
Controle	1	L-A
	1	A-L
	1, 2 e 3	C
Somente <i>Applets</i>	2	A-L
Somente Livro	2	L-A
<i>Applets</i> e Livro	3	L-A
	3	A-L

Quadro 16: Relação das médias obtidas
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Para verificar se há diferença significativa entre as intervenções, foi realizada a ANOVA entre as médias obtidas.

As médias referentes a cada intervenção também foram comparadas dentro de cada nível de questão. Para tanto, foi realizada a ANOVA e o teste de Tukey.

As médias “Controle”, “Somente *Applets*”, “Somente Livro” e “*Applets* e Livro” foram obtidas para cada grupo de alunos divididos segundo a média semestral na disciplina de Matemática. Também foi realizada a ANOVA e o teste de Tukey para a comparação.

Os resultados encontrados são apresentados na seção a seguir.

4.5: RESULTADOS E DISCUSSÃO

A pesquisa começou em novembro de 2015, durou cinco semanas e todas as fases foram conduzidas pela autora deste trabalho.

A aplicação do Teste 1 nos três grupos aconteceu na primeira semana e durou cerca de 50 minutos.

Na segunda semana, o Grupo L-A sofreu a intervenção por meio do livro didático e o Grupo A-L, por meio dos *applets* GeoGebra. As duas intervenções duraram 100 minutos cada uma.

O Teste 2 foi aplicado nos três grupos na terceira semana e como o teste 1, durou 50 minutos.

Na quarta semana, o Grupo L-A sofreu a intervenção com os *applets* e o Grupo A-L, com o livro didático, e cada uma durou 100 minutos.

Por fim, na quinta semana, os três grupos realizaram o Teste 3, também em 50 minutos. Como já mencionado, o objetivo da realização dos três testes pelo Grupo Controle sem ter sofrido nenhuma intervenção sobre áreas de figuras planas, foi identificar se a repetição dos testes iria influenciar no índice de acerto dos alunos.

A maioria dos participantes completou todas as etapas do experimento. Sete participantes estiveram ausentes em pelo menos uma etapa da pesquisa e tiveram os dados excluídos na análise. A Tabela 7 apresenta os grupos, o número de alunos total e o número de dados analisados.

Tabela 7: Total de alunos por turma e número de participantes

Grupo	Nº de alunos na turma	Nº de alunos com dados analisados
L - A	22	19
A - L	16	14
Controle	18	16

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

As médias obtidas em cada um dos testes pelos três grupos estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8: Médias obtidas em cada teste pelos grupos

Grupo	Teste 1	Teste 2	Teste 3
L - A	44,4%	42,7%	61,4%
A - L	47,4%	59,5%	74,0%
Controle	52,8%	54,2%	44,4%

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

4.5.1: Homogeneidade dos grupos e efeito da repetição dos testes

A Figura 41 apresenta a média de acerto de cada grupo no Teste 1, bem como as comparações estatísticas das frequências de acerto entre os grupos.

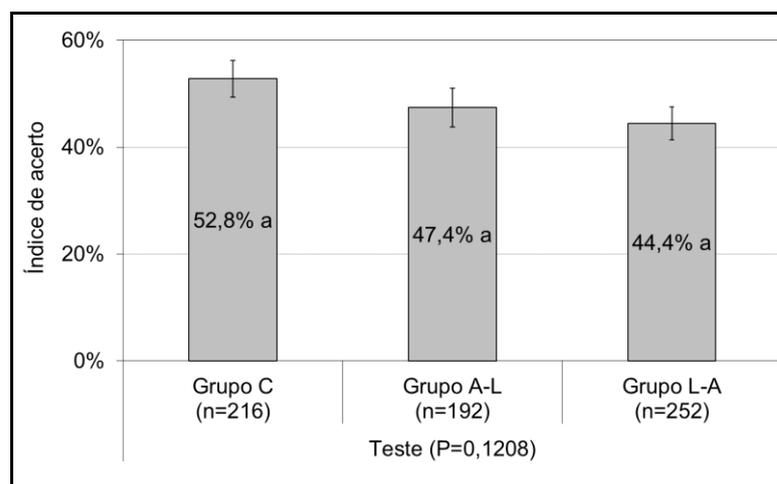


Figura 41: Média de acerto dos três grupos no Teste 1
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

As análises estatísticas não revelaram diferença significativa entre os grupos no Teste 1 ($P = 0,1208$). Assim, é possível afirmar que os três grupos são homogêneos.

A Figura 42 apresenta a média de acerto no Teste 1, Teste 2 e Teste 3 do Grupo Controle.

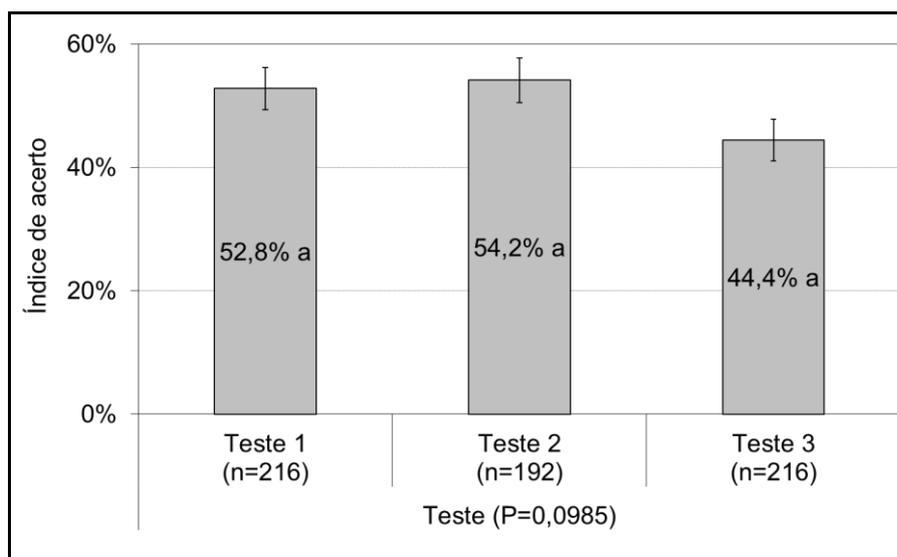


Figura 42: Média de acerto do Grupo Controle em cada um dos testes
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

As análises mostraram que não houve diferença significativa entre as médias dos testes. Assim, estatisticamente, a repetição do conjunto de questões em três momentos diferentes, em um intervalo de 15 dias entre eles, não influenciou o índice de acerto dos alunos do Grupo Controle.

Sendo os três grupos homogêneos (Figuras 41), é possível afirmar que, estatisticamente, a repetição dos testes também não influenciou a média de acerto dos Grupos L-A e A-L.

4.5.2: Efeitos do Livro Didático e dos Applets

A Figura 43 apresenta as médias obtidas em intervenção (uso do livro didático e dos *applets*).

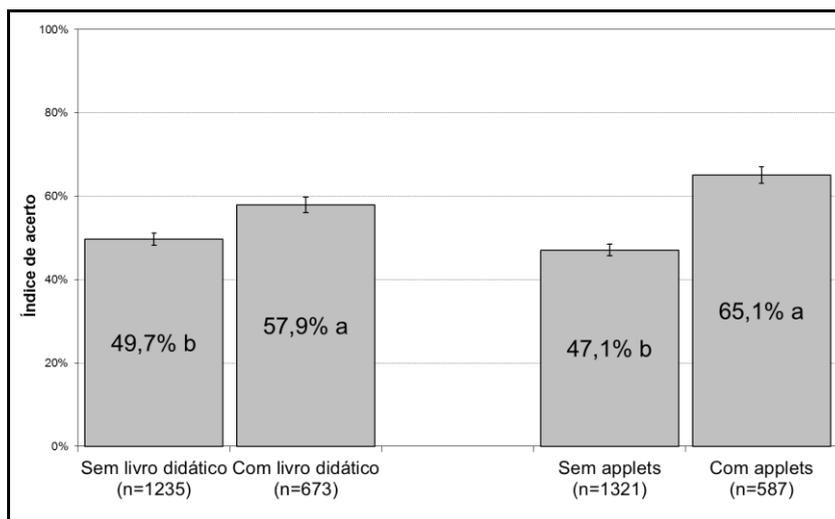


Figura 43: Efeito do uso do livro didático e do uso dos Applets.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se que o uso do livro didático e o uso dos *applets* tiveram efeito significativo, aumentando a média de acerto dos alunos.

4.5.3: Índice de acerto das questões

A Figura 44 apresenta a média de acerto geral nas questões fáceis, médias e difíceis.

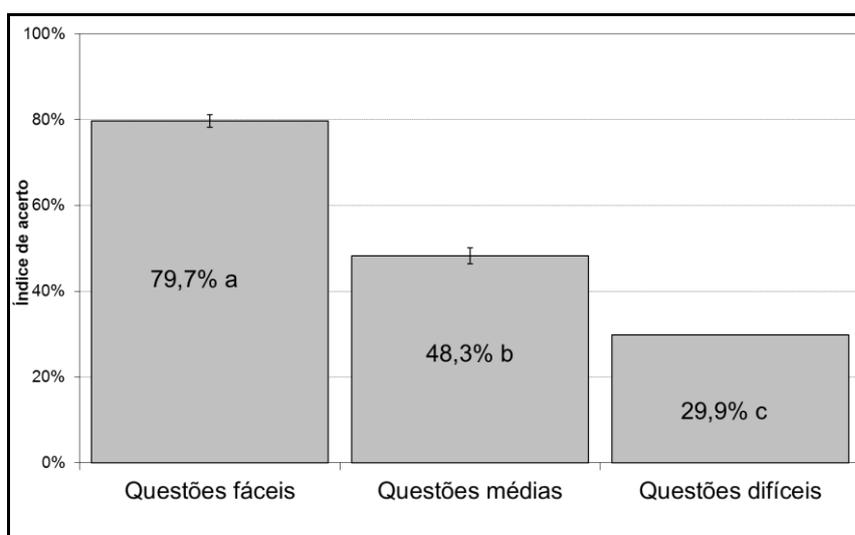


Figura 44: Índice de acerto geral em cada nível de questão
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

O gráfico mostra que as quatro questões classificadas como fáceis tiveram 79,7% de acerto, as médias, 48,3% e as difíceis, 29,9%.

4.5.4: Índice de acerto nos grupos segundo a média semestral

A Figura 45 mostra o índice de acerto geral entre os grupos de alunos com $MS < 6,0$ e dos alunos com $MS \geq 6,0$. Resalta-se que tal média foi obtida no semestre anterior à realização do experimento.

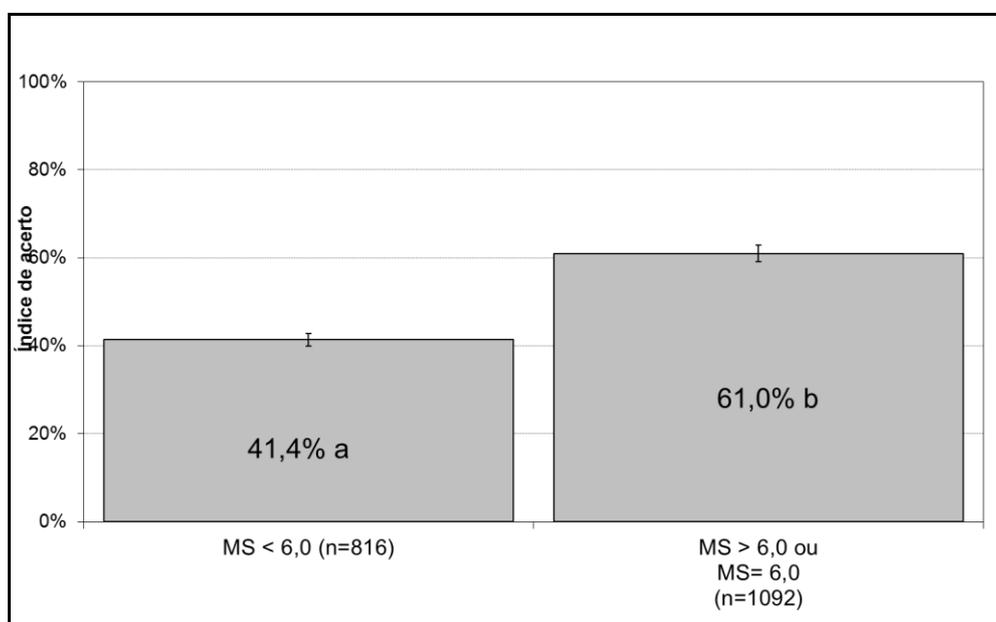


Figura 45: Índice de acerto geral dos grupos de alunos segundo a MS.
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

As análises mostram que a diferença de rendimento entre os grupos foi significativa. Os alunos com $MS \geq 6,0$ tiveram um desempenho de quase 20 p.p a mais que os alunos com $MS < 6,0$.

4.5.5: Efeito da ordem em que os *applets* foram utilizados

A Figura 46 apresenta a média geral dos Grupos L-A e A-L.

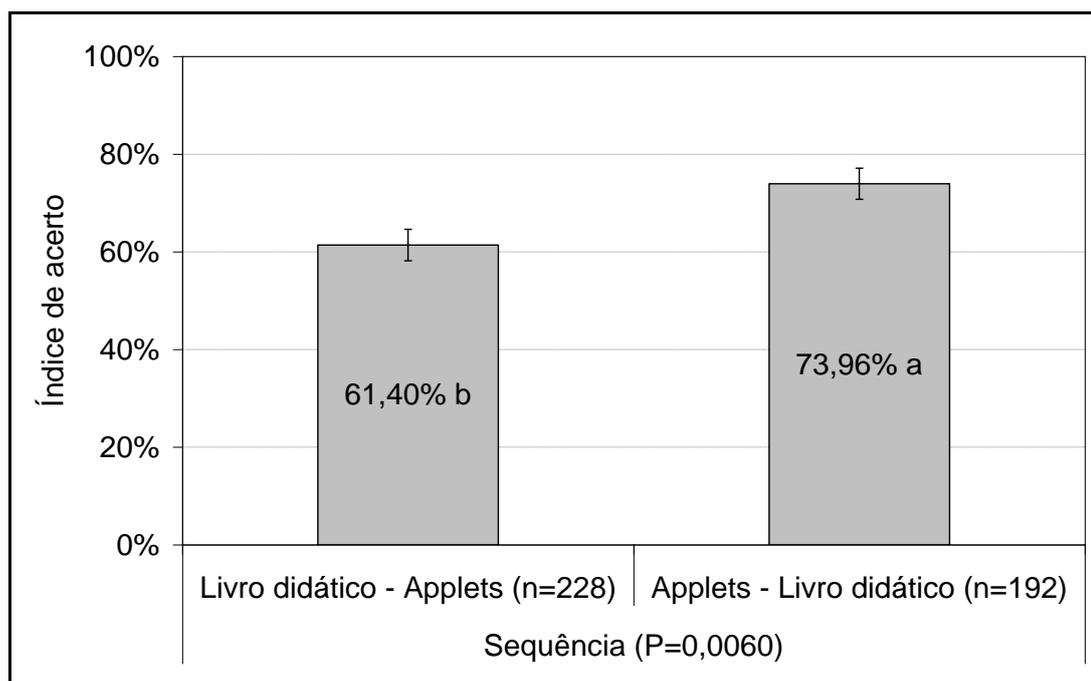


Figura 46: Média de acerto dos Grupos L-A e A-L
 Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Os resultados mostraram que o efeito da ordem das intervenções foi significativo. A média de acerto do grupo que teve a intervenção com o uso dos *applets* antes do uso do livro (Grupo A-L) foi significativamente maior do que a média de acerto do grupo que teve o uso dos *applets* depois do livro (Grupo L-A).

Dessa forma, é possível afirmar que o uso dos *applets* para o estudo de áreas de figuras planas para *tablets* seguido do uso do livro didático é uma alternativa mais eficaz do que usar o livro antes dos *applets*.

Para Bryant et al. (2015), as intervenções no ensino por meio de aplicativos têm se mostrado eficazes, mas é importante que se compare com a intervenção dada somente por meio do professor. No entanto, o resultado aqui encontrado não provém da comparação entre as duas intervenções isoladas, mas sim, do conjunto formado por elas em ordens inversas.

4.5.6: Efeito dos *applets* nos estratos

4.5.6.1: Efeito dos *applets* com e sem o livro didático

A Figura 47 apresenta as médias referentes a cada uma das intervenções.

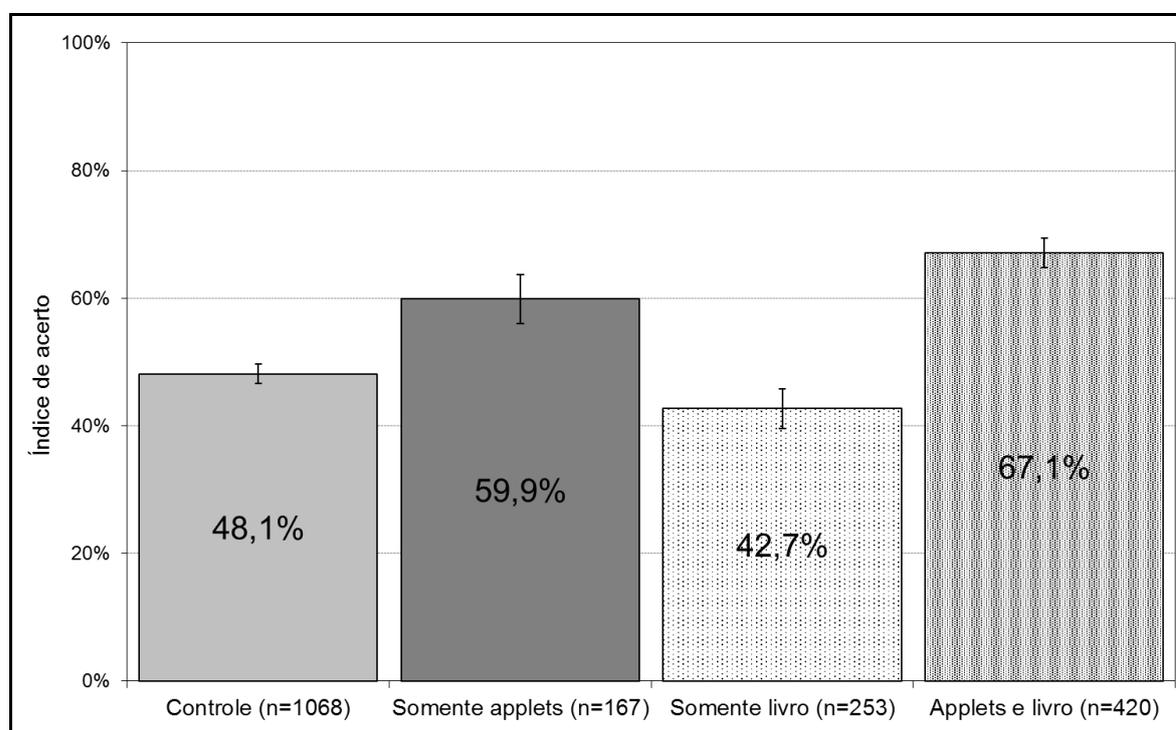


Figura 47: Médias referentes a cada intervenção
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

A Tabela 9 apresenta a ANOVA entre os efeitos de cada intervenção na média de acerto dos participantes.

Tabela 9: Efeito das intervenções na média dos participantes

Efeitos principais	F	P
Livro didático	0,103	Não significativo
<i>Applets</i>	40,815	0,00044
<i>Applets</i> * Livro didático	5,023	0,02556

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se efeito significativo do uso dos *Applets* e da interação entre *Applets* e Livro didático.

As Tabelas 10 e 11 comparam, respectivamente, os efeitos das interações *Applets* x Livro e Livro x *Applets*.

Tabela 10: Interação *Applets* x Livro*

Livro didático	<i>Applets</i>	
	Sem <i>applets</i>	Com <i>applets</i>
Sem livro	48,1% B	59,9% A
Com livro	42,7% B	67,1% A

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P>0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se que, tanto com o uso do livro quanto sem o uso dele, o uso dos *applets* aumentou significativamente as médias dos participantes (Tabela 10).

Tabela 11: Interação Livro x *Applets**

<i>Applets</i>	Livro didático	
	Sem livro	Com livro
Sem <i>applets</i>	48,1% A	42,7% A
Com <i>applets</i>	59,9% A	67,1% A

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P>0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Na Tabela 11, é possível observar que não houve diferença significativa na média dos alunos quando houve só o uso dos *applets* e o uso dos *applets* e o do livro.

Assim, os *applets* foram eficazes quando utilizados sozinhos. No entanto, seus efeitos foram potencializados quando o livro foi utilizado (antes ou depois dos *applets*).

4.5.6.2: Efeito dos Applets em Questões com Níveis de Dificuldades Diferentes

A Figura 48 apresenta as médias dos alunos nas questões fáceis, médias e difíceis considerando as duas intervenções independentes e em sequência.

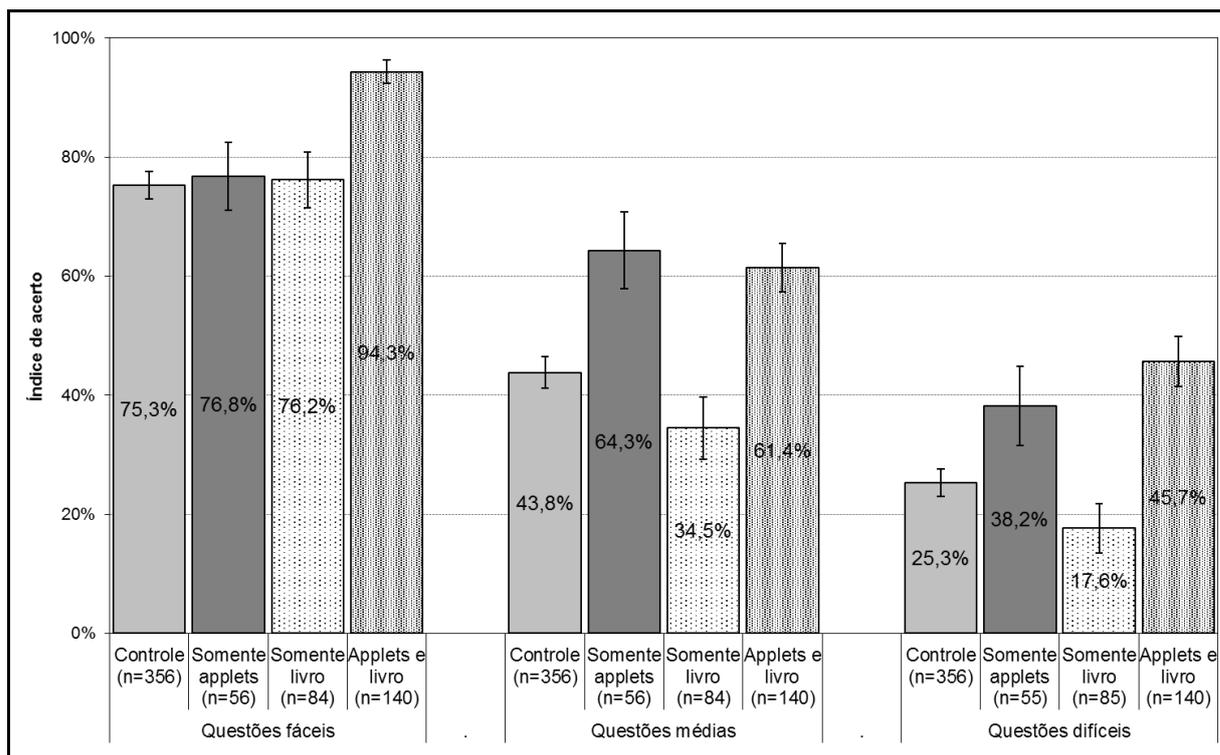


Figura 48: Médias dos alunos nas questões fáceis, médias e difíceis
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

A Tabela 12 mostra a ANOVA entre os efeitos de cada intervenção na média de acerto nas questões fáceis.

Tabela 12: Efeito das intervenções na média de acerto das questões fáceis

Efeitos principais	F	P
Livro didático	5,447	0,01995
<i>Applets</i>	6,175	0,01325
<i>Applets</i> * Livro didático	0,693	0,03587

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observam-se, pela Tabela 12, efeitos significativos do Livro, dos *Applets* e da interação entre *Applets* e Livro didático.

As Tabelas 13 e 14 comparam, respectivamente, os efeitos das interações Livro x *Applets* e *Applets* x Livro, na média de acerto das questões fáceis.

Tabela 13: Interação *Applets* x Livro*

Livro didático	<i>Applets</i>	
	Sem <i>applets</i>	Com <i>applets</i>
Sem livro	75% A	77% A
Com livro	76% B	94% A

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P > 0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Na Tabela 13 é possível verificar que, sem o uso do livro, os *applets* não influenciaram significativamente a média de acerto das questões fáceis. No entanto, com o uso do livro, os *applets* aumentaram significativamente a média de acerto.

Tabela 14: Interação Livro x *Applets**

<i>Applets</i>	Livro didático	
	Sem livro	Com livro
Sem <i>applets</i>	75% A	76% A
Com <i>applets</i>	77% B	94% A

Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P > 0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Constata-se, pela Tabela 14, que o uso do livro apenas teve efeito significativo quando os *applets* estavam presentes. Na ausência dos *applets*, o livro não influenciou a média de acerto das questões fáceis.

Assim, é possível afirmar que, nas questões fáceis, o uso dos *applets* só teve efeito significativo, quando utilizados antes ou após o uso do livro.

Na Tabela 15 são apresentados os efeitos de cada uma das intervenções na média de acerto das questões médias.

Tabela 15: Efeito das intervenções na média de acerto das questões médias

Efeitos principais	F	P
Livro didático	1,54	0,21514
<i>Applets</i>	23,392	0,00004
<i>Applets</i> * Livro didático	0,1044077	Não significativa

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Por meio da análise da Tabela 15, observa-se efeito significativo do uso do livro e dos *applets*. Não houve efeito da interação entre *Applets* e Livro didático.

A Tabela 16 mostra os efeitos das intervenções na média de acerto das questões difíceis.

Tabela 16: Efeito das intervenções na média de acerto das questões difíceis*

Efeitos principais	F	P
Livro didático	< 0,001	Não significativo
<i>Applets</i>	20,881	0,00004
<i>Applets</i> * Livro didático	2,862	0,09124

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P > 0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se, na Tabela 16, efeito significativo do uso dos *applets* e da interação *Applets* x Livro didático.

Assim, nas questões médias e difíceis, o uso dos *applets* teve efeito significativo na média de acertos dos participantes.

4.5.6.3: Efeito dos Applets entre os Grupos de Participantes segundo a Média Semestral em Matemática

A Figura 49 apresenta a média de acerto dos participantes, em cada intervenção, relacionada à média semestral (MS) na disciplina de Matemática.

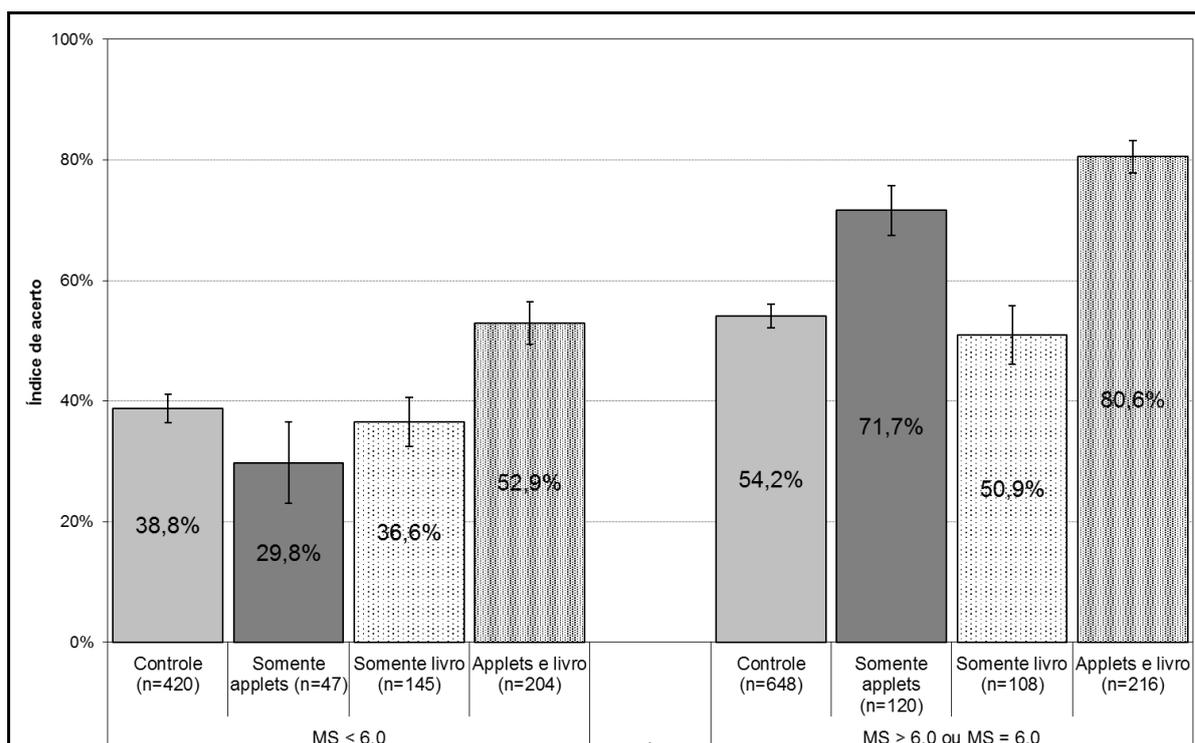


Figura 49: Média de acerto dos participantes, em cada intervenção, relacionada à média semestral (MS) na disciplina de Matemática
Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

A Tabela 17 apresenta o efeito de cada intervenção na média de acerto do grupo de alunos com MS < 6,0.

Tabela 17: Efeito das intervenções no grupo de alunos com MS < 6.0

Efeitos principais	F	P
Livro didático	5,154	0,02352
<i>Applets</i>	0,641	Não significativo
<i>Applets</i> * Livro didático	7,622	0,00596

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se, na Tabela 17, efeitos significativos da interação entre *Applets* e Livro didático.

As Tabelas 18 e 19 comparam, respectivamente, os efeitos das interações Livro x *Applets* e *Applets* x Livro, na média de acerto dos alunos com MS < 6,0.

Tabela 18: Efeito da interação *Applets* x Livro no índice de acerto dos alunos com MS < 6,0

Livro didático	<i>Applets</i>	
	Sem <i>applets</i>	Com <i>applets</i>
Sem livro	39% A	30% A
Com livro	37% B	53% A

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P > 0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

É possível observar que o uso dos *applets* aumentou, significativamente, a média de acerto dos alunos com MS < 6,0 somente quando houve o uso do livro.

Tabela 19: Efeito da interação Livro x *Applets* no índice de acerto dos alunos com MS < 6,0

<i>Applets</i>	Livro didático	
	Sem livro	Com livro
Sem <i>applets</i>	39% A	37% A
Com <i>applets</i>	30% B	53% A

*Médias seguidas por uma mesma letra, na horizontal, não diferem significativamente entre si ($P > 0,05$) pelo teste F.

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Ainda dentro do grupo de alunos com MS < 6,0, observa-se que o uso do livro só teve efeito significativo quando houve, também, o uso do *applets*.

Assim, é possível afirmar que o efeito dos *applets* foi potencializado com o uso do livro didático no índice de acerto do grupo de alunos com MS < 6,0.

A Tabela 20 apresenta o efeito de cada intervenção na média de acerto do grupo de alunos com MS \geq 6,0.

Tabela 20: Efeito das intervenções no grupo de alunos com MS \geq 6

Efeitos principais	F	P
Livro didático	0,594	Não significativo
<i>Applets</i>	41,326	< 0,00001
<i>Applets</i> * Livro didático	2,737	0,09817

Fonte: Elaborado pelo Autor (2016).

Observa-se, na Tabela 20, que o uso dos *applets* e a interação entre *Applets* e Livro didático tiveram efeito significativo.

No geral, os *applets* só foram eficazes no grupo de alunos com $MS < 6,0$ quando utilizados antes ou após o uso do livro. No grupo de alunos com $MS > 6,0$, os *applets* foram eficazes sozinhos, tendo os seus efeitos potencializados com o uso do livro.

4.6: CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho teve por objetivo analisar os dados obtidos na avaliação da eficácia de um conjunto de *applets* *GeoGebra* para *tablets* e de atividades didáticas na aprendizagem de áreas de figuras planas. Para tanto, foi realizado um experimento com três grupos de alunos, nomeados Grupo L-A, Grupo A-L e Grupo C. O Grupo L-A sofreu uma intervenção com o uso do livro didático e, em seguida, uma intervenção com o uso dos *applets*. O Grupo A-L teve as intervenções na ordem contrária. O Grupo Controle sofreu uma intervenção sobre conteúdo matemático diferente de áreas de figuras planas. Um teste somativo foi elaborado para a coleta de dados. Todos os grupos realizaram esse teste três vezes, no início, meio e fim do experimento e os dados foram analisados por meio de testes estatísticos.

As análises dos dados permitiram identificar que usar os *applets* para o estudo de áreas de figuras planas para *tablets* antes de usar o livro didático foi uma alternativa mais eficaz do que na ordem contrária. Além disso, de forma geral, os *applets* se mostraram significativamente eficazes tanto com o uso do livro, quanto sem o uso dele.

Na análise da eficácia do uso dos *applets* no índice de acerto das questões com diferentes níveis de dificuldades, concluiu-se que nas questões fáceis, o uso dos *applets* só foi eficaz quando houve o uso do livro. Já nas questões médias e difíceis, o uso dos *applets* teve efeito significativo.

A eficácia dos *applets* foi analisada em grupos de alunos divididos segundo a média semestral (MS) da disciplina de Matemática. Concluiu-se que o uso dos *applets* só foi eficaz no grupo de alunos com $MS < 6,0$ quando houve o uso do livro.

Já no grupo de alunos com $MS \geq 6,0$, os *applets* foram eficazes, tendo os seus efeitos potencializados quando houve o uso do livro.

A eficácia dos *applets GeoGebra* pode se dever ao fato de que eles permitem obter uma visualização dinâmica de vários elementos, proporcionando aos alunos uma variedade de experiências ligadas a aprendizagem de áreas de figuras planas. Os *applets* permitiram que os alunos fizessem experimentações e investigações, a fim de deduzir as fórmulas para o cálculo das áreas, construindo o conhecimento de forma mais consistente.

Destaca-se que não houve a pretensão de comparar o uso dos *applets* com o uso do livro didático nem com outros recursos digitais. Assim, o estudo não permitiu tirar conclusões sobre a eficácia dos *applets GeoGebra* para o estudo de áreas de figuras planas desenvolvidos em relação a outras abordagens.

4.7: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO, Aida Patrícia Marques. **Módulos dinâmicos em GeoGebra para apoio ao ensino do cálculo de áreas**. 2013. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10773/12073>>. Acesso em: 10 out. 2015.

AGOSTINHO, Shirley et al. Giving learning a helping hand: finger tracing of temperature graphs on an ipad. **Educational Psychology Review**, 27, n. 3, p.427-443, 5 jun. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10648-015-9315-5#page-1>>. Acesso em: 10 out. 2015.

AMIRNUDIN, Mohamad Tahar Mohamad; SULAIMAN, Hajar. Exploring the use of tablet technology as a teaching tool at Kolej Matrikulasi Perak. In: NATIONAL SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL SCIENCES: RESEARCH IN MATHEMATICAL SCIENCES, 20, 2013, Putrajaya. **Proceedings....** Putrajaya: AIP Publishing, 2013. p. 590 - 595. Disponível em: <<http://goo.gl/QWiPQn>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ARZARELLO, Ferdinando; BAIRRAL, Marcelo A.; DANE, Cristiano. Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. **Teaching Mathematics and its Applications**, v. 33, n. 1, p.39-51, 28 fev. 2014. Disponível em: <<http://connection.ebscohost.com/c/case-studies/94799509/moving-from-dragging-touchscreen-geometrical-learning-geometric-dynamic-software>>. Acesso em: 10 out. 2015.

BERTOLO, David; VIVIAN, Robin; DINET, Jérôme. A Set of interactions to help resolve 3D geometry problems. In: SCIENCE AND INFORMATION CONFERENCE, 2013, Londres. **Proceedings...** Londres: IEEE, 2013. p. 738 - 743. Disponível em: <<http://goo.gl/bpzvup>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRYANT, Brian R. et al. Performance of fourth-grade students with learning disabilities on multiplication facts comparing teacher-mediated and technology-mediated interventions: a preliminary investigation. **Journal of Behavioral Education**, v. 24, n. 2, p.255-272, 14 fev. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10864-015-9218-z#page-1>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CHENG, Kell; LEUNG, Allen. A dynamic applet for the exploration of the concept of the limit of a sequence. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 46, n. 2, p.187-204, 30 ago. 2014. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2014.951007?journalCode=tmes20#.VxAENfkrLIU>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

DEATER-DECKARD, Kirby et al. Student behavioral engagement during mathematics educational video game instruction with 11–14 year olds. **International Journal of Child-computer Interaction**, v. 2, n. 3, p.101-108, set. 2014. Disponível em: <<http://books.genems.com/journals/1st-year/Mathematics%20-%20I/5.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

FISHER, Brian; LUCAS, Timothy; GALSTYAN, Araksi. The role of ipads in constructing collaborative learning spaces. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 18, n. 3, p.165-178, 20 set. 2013. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10758-013-9207-z>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

HAVELKOVÁ, Veronika. GeoGebra in Teaching Linear Algebra. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON E-LEARNING, 12, 2013, Valbonne. **Proceedings...** Valbonne: Academic Conferences and Publishing International Limited Reading, 2013. p. 581 - 589. Disponível em: <<http://goo.gl/2GsXW6>>. Acesso em: 10 out. 2015.

IRIARTE, Xabier; AGINAGA, Jokin; ROS, J. Teaching mechanism and machine theory with GeoGebra. In: GARCÍA-PRADA, Juan Carlos; CASTEJÓN, Cristina. **New trends in educational activity in the field of mechanism and machine theory**. Pamplona, Spain : University of Navarra, 2014. p. 211-219. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-01836-2_23>. Acesso em: 10 ago. 2015.

LARA, Cybelle Passos Bezerra. Cálculo de áreas de figuras planas por dissecção e recomposição. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2013, Curitiba. **Anais....** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 - 9. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/945_1471_ID.pdf>. Acesso em: 10 out. 2015.

LAU, Alan Pak Tao; HO, Siu-lau. Using iPad 2 with Note-Taking Apps to Enhance Traditional Blackboard-Style Pedagogy for Mathematics-Heavy Subjects: A Case Study. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING, ASSESSMENT AND LEARNING FOR ENGINEERING, 2012, Hong Kong. **Proceedings....** Hong Kong: IEEE, 2012. p. H3C-4-H3C-6. Disponível em: <<http://goo.gl/nFmUb2>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

MALGIERI, M; ONORATO, P; AMBROSIS, A de. Teaching quantum physics by the sum over paths approach and GeoGebra simulations. **European Journal of Physics**, v. 35, n. 5, p.1-21, 8 ago. 2014.

MOREIRA, Larissa de Sousa; PEIXOTO, Gilmara Teixeira Barcelos; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Geometria Dinâmica em tablets: estudo de caso com o aplicativo GeoGebra. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 11, n. 3, p.1-10, dez. 2013. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/44715>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

PITCHFORD, Nicola J. Development of early mathematical skills with a tablet intervention: a randomized control trial in Malawi. **Frontiers in Psychology**, Lausana, v. 6, n. 485, p.1-2, 23 abr. 2015. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25954236> >. Acesso em: 10 ago. 2015.

PRECIADO-BABB, Armando Paulino. Incorporating the iPad in the mathematics classroom: Extending the mind into the collective. **International Journal of Engineering Pedagogy**, v. 2, n. 2, p.1-5, 2012. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=5635ab146225ffc0418b45a1&assetKey=AS%3A290859762372608%401446357779783.>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

RICONSCENTE, Michelle M. Results from a controlled study of the ipad fractions game motion math. **Games and Culture**, v. 8, n. 4, p.186-214, 1 jul. 2013. Disponível em: <<http://static1.squarespace.com/static/56b55d7ad210b8dc59250285/t/56bd637f55598660590a7027/1455252354801/Riconscente+2013+Games+and+Culture+iPad+study+w+current+contact+info.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

SANTOS, Victor Cesar Paixão. **Mathlets: possibilidades e potencialidades para uma abordagem dinâmica e questionadora no ensino de Matemática**. 2008. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/02VictorPaixao.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

TENÓRIO, André; COSTA, Zélia de Souza Santos; TENÓRIO, Thaís. Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 3, n. 2, p.104-119, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/viewFile/21771/16108>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ZENGIN, Yılmaz; FURKAN, Hasan; KUTLUCA, Tamer. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. **Procedia - Social And Behavioral Sciences**, v. 31, p.183-187, 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042811029673>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ZHANG, Meilan et al. Using math apps for improving student learning: an exploratory study in an inclusive fourth grade classroom. **TechTrends**, v. 59, n. 2, p.32-39, 28 jan. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11528-015-0837-y#page-1>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

5: CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1: CONCLUSÕES

A realização da revisão de literatura sistematizada com indicadores bibliométricos, a respeito dos temas associados: “*mobile learning*”, “Matemática” e “*tablets*”, permitiu verificar que estudos sobre “*m-learning*” e “Matemática” tiveram um pico de produção em 2012 e os estudos sobre “*tablets*” e “Matemática” cresceram mais de 166% entre 2010 e 2015. Identificou-se, também, que o país que mais publica sobre os temas é os Estados Unidos e que o tipo de documento mais encontrado foi artigo de conferência. As principais áreas subjetivas associadas aos temas foram Ciências da computação e Ciências Sociais.

A revisão sistematizada da literatura permitiu a seleção de 14 artigos, entre os quais mais da metade tiveram por objetivo investigar os efeitos do uso de *tablets* na aprendizagem de Matemática. Dentre as vantagens no uso dessa tecnologia digital na referente disciplina, destacam-se a oportunidade para a exploração de diferentes abordagens das tarefas e de representação de soluções, a facilidade na visualização e a comunicação e o desenvolvimento do pensamento crítico, a construção e aplicação do conhecimento para gerar novas ideias.

Foram desenvolvidos e descritos 13 *applets* GeoGebra para *tablets* e nove atividades didáticas que tiveram por objetivo possibilitar:

- i) a compreensão de que figuras diferentes podem ter áreas iguais;

ii) a verificação geométrica de que triângulos com bases e alturas iguais possuem a mesma área;

iii) a dedução das fórmulas para o cálculo da área do quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango, triângulo qualquer, triângulo equilátero, hexágono regular e círculo.

Nas análises dos dados da avaliação da eficácia do conjunto de *applets* GeoGebra para *tablets* e das atividades, foi possível identificar que usar os *applets* para o estudo de áreas de figuras planas para *tablets* antes de usar o livro didático foi uma alternativa mais eficaz do que na ordem contrária. Além disso, de forma geral, os *applets* se mostraram significativamente eficazes tanto com o uso do livro, quanto sem o uso dele.

5.2: TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para a continuidade do trabalho desenvolvido apontam-se os seguintes estudos:

- Avaliar a eficácia de *applets* GeoGebra para *tablets* com alunos que possuem alguma necessidade intelectual, como, por exemplo, déficit de atenção.
- Investigar a preferência de professores quanto ao uso dos *applets* GeoGebra em *tablets* e em computadores *desktops/notebooks*.
- Capacitar licenciandos em Matemática e professores da rede pública de ensino para a elaboração de seus próprios *applets* GeoGebra para o uso em *tablets*.
- Otimizar *applets* GeoGebra para o uso em *tablets* sobre outros temas matemáticos

6: REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, Lisa; CHUNG, Chia-jung. The Effect of an iPad for Every Student. In: SOCIETY FOR INFORMATION TECHNOLOGY AND TEACHER EDUCATION INTERNATIONAL CONFERENCE, 2013, Chesapeake. **Proceedings....** Chesapeake: Aace, 2013. p. 3569 - 3572. Disponível em: <<http://www.editlib.org/p/48656/>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

AFONSO, Aida Patrícia Marques. **Módulos dinâmicos em GeoGebra para apoio ao ensino do cálculo de áreas**. 2013. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) - Universidade de Aveiro, Aveiro, 2013. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10773/12073>>. Acesso em: 10 out. 2015.

AGOSTINHO, Shirley et al. Giving learning a helping hand: finger tracing of temperature graphs on an ipad. **Educational Psychology Review**, 27, n. 3, p.427-443, 5 jun. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10648-015-9315-5#page-1>>. Acesso em: 10 out. 2015.

AHMAD, Wan Fatimah Wan; MUDDIN, Hidayatun Nafisah Binti Isa; SHAFIE, Afza. Number skills mobile application for down syndrome children. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AND INFORMATION SCIENCES, 2014, Kuala Lumpur. **Proceedings....** Kuala Lumpur: Ieee, 2014. p. 1-6. Disponível em: <<http://goo.gl/Knhnm3>>. Acesso em: 12 out. 2015.

AMIRNUDIN, Mohamad Tahar Mohamad; SULAIMAN, Hajar. exploring the use of tablet technology as a teaching tool at kolej matrikulasi perak. In: NATIONAL SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL SCIENCES: RESEARCH IN MATHEMATICAL SCIENCES, 20, 2013, Putrajaya. **Proceedings....** Putrajaya: AIP Publishing, 2013. p. 590 - 595. Disponível em: < <http://goo.gl/QWiPQn>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ARAUJO JUNIOR, Carlos Fernando; DIAS, Eduardo Jesus; OTA, Marcos Andrei. The tablet motivating mathematics learning in high school. In: WORLD CONFERENCE ON MOBILE AND CONTEXTUAL LEARNING, MLEARN, 13, 2014, 3-5 nov, Istanbul, Turkey, 2014. **Proceedings...** Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. p. 42-51. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9783319134154?token=prtst0416p>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ARZARELLO, Ferdinando; BAIRRAL, Marcelo A.; DANE, Cristiano. Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software. **Teaching Mathematics And Its Applications**, v. 33, n. 1, p.39-51, 28 fev. 2014. Disponível em: <<http://connection.ebscohost.com/c/case-studies/94799509/moving-from-dragging-touchscreen-geometrical-learning-geometric-dynamic-software>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BAYYURT, Yasemin; SPECHT, Marcus. Mobile as a mainstream: towards future challenges In: WORLD CONFERENCE ON MOBILE AND CONTEXTUAL LEARNING, MLEARN, 13, 2014, 3-5 nov, Istanbul, Turkey, 2014. **Proceedings...** Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. p. 42-51. Disponível em: <<http://www.springer.com/gp/book/9783319134154>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BERTOLO, David; VIVIAN, Robin; DINET, Jérôme. A Set of interactions to help resolve 3D geometry problems. In: SCIENCE AND INFORMATION CONFERENCE, 2013, Londres. **Proceedings....** Londres: IEEE, 2013. p. 738 - 743. Disponível em: <<http://goo.gl/bpzvup>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília, DF: MEC - Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRAVIANO, G.; RODRIGUES, H. W. L. Geometria dinâmica: uma nova geometria. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n.49, p. 22-26, 2002. Disponível em: < <http://www.rpm.org.br/> >. Acesso em: 10 ago. 2015.

BRYANT, Brian R. et al. Performance of fourth-grade students with learning disabilities on multiplication facts comparing teacher-mediated and technology-mediated interventions: a preliminary investigation. **Journal of Behavioral Education**, v. 24, n. 2, p.255-272, 14 fev. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10864-015-9218-z#page-1>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CHENG, Kell; LEUNG, Allen. A dynamic applet for the exploration of the concept of the limit of a sequence. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 46, n. 2, p.187-204, 30 ago. 2014. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739X.2014.951007?journalCode=tmes20#.VxAYI_krLIU>. Acesso em: 10 ago. 2015.

CHIUMMO, Ana. **O conceito de áreas de figuras planas**: capacitação para professores do ensino fundamental. 1998. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998. Disponível em: <<http://goo.gl/eMkwHB>>. Acesso em: 10 out. 2015.

CLARKE, Barbie; SVANAES, Siv; ZIMMERMANN, S. **Tablets for schools**: one-to-one tablets in secondary schools: an evaluation study. Disponível em: <http://www.e-learningfoundation.com/Websites/elearningfoundation/images/PDF%20Documents/Honeywood_2012_Barbie_Clark.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

COSTA, Helder Gomes. Modelo para webibliomining: proposta e caso de aplicação. **Revista da FAE**, v. 13, n. 1, p. 115-126, 2010. Disponível em: <<https://www.yumpu.com/pt/document/view/34551757/modelo-para-webibliomining-proposta-e-caso-de-aplicacao>>. Acesso em: 10 ago. 2015

CROMPTON, Helen; BURKE, Diane. Review of trends in mobile learning studies in mathematics: A meta-analysis. **Mobile as a mainstream – Towards future challenges in mobile learning**, Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. p.304-314. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-319-13416-1_29>. Acesso em: 10 ago. 2015.

DEATER-DECKARD, Kirby et al. Student behavioral engagement during mathematics educational video game instruction with 11–14 year olds. **International Journal of Child-computer Interaction**, v. 2, n. 3, p.101-108, set. 2014. Disponível em: <<http://books.genems.com/journals/1st-year/Mathematics%20-%20I/5.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

DOUADY, Regine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 4, p.387-424, nov. 1989. Disponível em: <http://link.springer.com/article/10.1007%2F978-3-319-13416-1_29>. Acesso em: 10 ago. 2015.

FISHER, Brian; LUCAS, Timothy; GALSTYAN, Araksi. The role of ipads in constructing collaborative learning spaces. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 18, n. 3, p.165-178, 20 set. 2013. Disponível em:

<<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10758-013-9207-z>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

GOLDENBERG, Paul; SCHER, Daniel; FEURZEIG, Nannette. What lies behind dynamic interactive geometry software? In: BLUME, Glendon W.; HEID, Mary Kathleen. **Research on technology and the teaching and learning of mathematics: cases and perspectives**. 2. ed. Charlotte: Information Age Publishing, 2008. p. 53-88. Disponível em: <<https://goo.gl/wukEz2>>. Acesso em: 10 out. 2015.

GEOGEBRA.ORG. **Area of a trapezoid**. Disponível em: <<http://tube.GeoGebra.org/material/simple/id/45883>>. Acesso em: 17 fev. 2016.

HAVELKOVÁ, Veronika. GeoGebra in Teaching Linear Algebra. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON E-LEARNING, 12., 2013, Valbonne. **Proceedings...** Valbonne: Academic Conferences and Publishing International Limited Reading, 2013. p. 581 - 589. Disponível em: <<http://goo.gl/2GsXW6>>. Acesso em: 10 out. 2015.

HOHENWARTER, Markus; PREINER, Judith. Dynamic mathematics with GeoGebra. **The Journal of Online Mathematics and its Applications**, v. 7, p.1-2, 2007. Disponível em: <http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/>. Acesso em: 10 out. 2015.

IRIARTE, Xabier; AGINAGA, Jokin; ROS, J. Teaching mechanism and machine theory with GeoGebra. In: GARCÍA-PRADA, Juan Carlos; CASTEJÓN, Cristina (Ed.). **New trends in educational activity in the field of mechanism and machine theory**. Switzeland: Spirnger International Publishing, 2014. p. 211-219. Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-01836-2_23>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ISABWE, Ghislain Maurice Norbert et al. Using assessment for learning mathematics with mobile tablet based solutions. **International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)**, v. 9, n. 2, p.29-36, 18 mar. 2014. Disponível em: <http://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/id/241725/Isabwe_2014_Using.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2015.

ISOTANI, Seiji et al. Interactive geometry goes mobile with geotouch. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED LEARNING TECHNOLOGIES, 14. 2014, Atenas. **Proceedings...** Atenas: IEEE, 2014. p.181-185. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/login.jsp?tp=&arnumber=6901431&url=http%3A%2F%2Fieeexplore.ieee.org%2Fxppls%2Fabs_all.jsp%3Farnumber%3D6901431>. Acesso em: 10 ago. 2015.

KALMPOURTZIS, George. Teaching of Spatial Thinking in Early Childhood Through Game-Based Learning: The use of the iPad. In: EUROPEAN CONFERENCE ON GAMES BASED LEARNING, 8., 2014, Londres. **Proceedings...** . Londres: Academic Conferences And Publishing International, 2014. p. 231 - 239. Disponível em: <<http://goo.gl/wD1tHX>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

KUKULSKA-HULME, Agnes; TRAXLER, John. learning design with mobile and wireless technologies. In: BEETHAM, Helen; SHARPE, Rhona. **Rethinking pedagogy for a digital age: designing and delivering e-learning**. New York: Routledge, 2007. p. 180-192. Disponível em: <<https://goo.gl/0xjsvb>>. Acesso em 10 ago. 2015.

LARA, Cybelle Passos Bezerra. Cálculo de áreas de figuras planas por dissecção e recomposição. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBEM, 2013. p. 1 - 9. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/945_1471_ID.pdf>. Acesso em: 10 out. 2015.

LAU, Alan Pak Tao; HO, Siu-lau. Using ipad 2 with note-taking apps to enhance traditional blackboard-style pedagogy for mathematics-heavy subjects: a case study. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING, ASSESSMENT AND LEARNING FOR ENGINEERING 2012, Hong Kong. **Proceedings...** . Hong Kong: IEEE, 2012. p. H3C-4-H3C-6. Disponível em: <<http://goo.gl/nFmUb2>>. Acesso em: 10 ago. 2015.

LOPES, Cláudia Luísa de Matos. **A aprendizagem de perímetros e áreas GeoGebra: uma experiência de ensino**. 2013. 304 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/10240>>. Acesso em: 10 out. 2015.

MALGIERI, M; ONORATO, P; AMBROSIS, A de. Teaching quantum physics by the sum over paths approach and GeoGebra simulations. **European Journal of Physics**, v. 35, n. 5, p.1-21, 8 ago. 2014. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2014EJPh...35e5024M> >. Acesso em: 10 out. 2015.

MESQUITA, Rosa et al. Elaboração e aplicação de instrumentos para avaliação da base de dados Scopus. **Perspectivas em Ciência da Informação**, Belo Horizonte, v. 11, n. 2, p.187-205, 2006. Disponível em: <<http://portaldeperiodicos.eci.ufmg.br/index.php/pci/article/view/322>>. Acesso em: 10 out 2015.

MOREIRA, Larissa de Sousa; PEIXOTO, Gilmara Teixeira Barcelos; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Geometria dinâmica em tablets: estudo de caso com o aplicativo

GeoGebra. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 11, n. 3, p.1-10, dez. 2013. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/44715>>. Acesso em: 10 out 2015.

NEVES, Roberta Braga; PEREIRA, Valdecy; COSTA, Helder Gomes. Auxílio multicritério à decisão aplicado ao planejamento e gestão na indústria de petróleo e gás. **Produção**, São Paulo, v. 25, n. 1, p.43-53, mar. 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-65132015000100043&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: 10 out 2015.

PAVANELLO, R. M. **Matemática nas Séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: SBEM. v. 2, 2004.

PITCHFORD, Nicola J. Development of early mathematical skills with a tablet intervention: a randomized control trial in Malawi. **Frontiers in Psychology**, Lausana, v. 6, n. 485, p.1-2, 23 abr. 2015. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25954236>>. Acesso em: 10 out 2015.

PRECIADO-BABB, Armando Paulino. Incorporating the ipad in the mathematics classroom: extending the mind into the collective. **International Journal of Engineering Pedagogy**, v. 2, n. 2, p.1-5, 2012. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=5635ab146225ffc0418b45a1&assetKey=AS%3A290859762372608%401446357779783.>>. Acesso em: 10 out 2015.

RICONSCENTE, Michelle M. Results from a controlled study of the ipad fractions game motion math. **Games and Culture**, v. 8, n. 4, p.186-214, 1 jul. 2013. Disponível em: <<http://gac.sagepub.com/content/8/4/186.abstract>>. Acesso em: 10 out 2015.

RODRÍGUEZ, Y. SANTANA, A. MENDONZA, L. M. Physics education through computational tools: The case of geometrical and physical optics. **Physics Education**, v. 48, n. 5, p. 621, 2013.

SANTOS, Victor Cesar Paixão. **Mathlets: possibilidades e potencialidades para uma abordagem dinâmica e questionadora no ensino de matemática**. 2008. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/02VictorPaixao.pdf>>. Acesso em: 10 ago, 2015.

SILVA, Fernando. Firmino. da. RODRIGUES, Adriana Alves. Interações analógico e digital móvel na mídia impressa: camadas informacionais na narrativa com QR code,

aurasma e realidade aumentada. **Rizoma**, v. 1, n. 1, p. 71-84, 2013. Disponível em: <<http://online.unisc.br/seer/index.php/rizoma/article/view/3553>>. Acesso em: 10 out 2015.

TENÓRIO, André; COSTA, Zélia de Souza Santos; TENÓRIO, Thaís. Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 3, n. 2, p.104-119, 2014. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/viewFile/21771/16108>>. Acesso em: 10 out 2015.

WONG, Gary K.w.. Engaging students using their own mobile devices for learning mathematics in classroom discourse: a case study in Hong Kong. **International Journal of Mobile Learning and Organisation**, v. 8, n. 2, p.143-165, 2014. Disponível em: <<http://www.inderscienceonline.com/doi/abs/10.1504/IJMLO.2014.062352?journalCode=ijmlo>>. Acesso em: 10 out 2015.

WU, Wen-hsiung et al. Review of trends from mobile learning studies: a meta-analysis. **Computers and Education**, v. 59, n. 2, p.817-827, set. 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131512000735>>. Acesso em: 10 out 2015.

ZENGIN, Yilmaz; FURKAN, Hasan; KUTLUCA, Tamer. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry. **Procedia - Social And Behavioral Sciences**, v. 31, p.183-187, 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042811029673>>. Acesso em: 10 out 2015.

ZHANG, Meilan et al. Using math apps for improving student learning: an exploratory study in an inclusive fourth grade classroom. **TechTrends**, v. 59, n. 2, p.32-39, 28 jan. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11528-015-0837-y#page-1>>. Acesso em: 10 out 2015.

APÊNDICE A: APOSTILA “ESTUDANDO ÁREAS DE FIGURAS PLANAS COM APPLETS GEOGEBRA EM TABLETE

ESTUDANDO ÁREAS DE FIGURAS PLANAS COM *APPLETS GEOGEBRA* EM *TABLET*

Atividade 1 - Ideia Intuitiva de Área

Acesse o *applet* “Ideia Intuitiva de Área” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284209>.



1- Arraste as peças vermelhas e posicione-as no interior do polígono azul, de modo que as mesmas preencham todo o polígono. Quantos quadrados vermelhos podem ser contidos no polígono azul?

2- Considerando que cada quadrado vermelho é a unidade de área (u.a.) e que a área de uma região ou superfície pode ser obtida relacionando quantas unidades de área correspondem a ela, responda: qual é a área do polígono azul em u.a.?

3- Arraste novamente as figuras vermelhas contidas no interior do polígono azul e posicione-as no interior do polígono verde, de modo a preenchê-lo totalmente.

Agora responda: qual é área do polígono verde?

4- A superfície ocupada pelas peças vermelhas no polígono azul tem o mesmo formato que a superfície ocupada por elas no polígono verde? As áreas dos polígonos azul e verde são iguais ou diferentes?

Atividade 2 - Área do Retângulo

Acesse o *applet* “Área do Retângulo” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284221>.



1: Observe o retângulo ABCD e a sua área exibida do lado direito. Movendo o seletor da base e o da altura, anote, na tabela abaixo, 5 medidas para a base e para a altura do retângulo, assim como a área correspondente.

Retângulo ABCD	Medida da Base					
	Medida da Altura					
	Área					

2- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um retângulo qualquer.

3 - Baseado nesses dados, deduza a expressão geral para o cálculo da área do retângulo.

2- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um quadrado qualquer.

3- Analisando a tabela acima, deduza a expressão para o cálculo da área do quadrado em função de seu lado.



Acesse o *applet* “Área do Quadrado 2” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284387> e verifique se a fórmula que você deduziu no item anterior é válida para o caso de quadrados com dimensões não inteiras.



Atividade 4 - Área do Paralelogramo

Acesse o *applet* “Área do Paralelogramo” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284399>.



1- Observe o paralelogramo ABCD de base b e altura h . Mova o seletor T até o final. Que figura a região sombreada representa agora?

2- Volte o seletor T para sua posição inicial e, em seguida, mova os pontos B e/ou C. Após mover os pontos B e/ou C, mova o seletor T até o final novamente. Que figura a região sombreada representa?

3- Qual a relação entre a medida da base da nova figura e a medida da base do paralelogramo? E qual a relação entre a medida da altura do paralelogramo e a medida da altura da nova figura?

4- Qual a relação entre a área dessa figura e a área do paralelogramo?

5- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um paralelogramo qualquer.

6- Determine a expressão da área do paralelogramo ABCD em função da base b e da altura h .



Atividade 5 - Área do Triângulo

1ª Parte

Acesse o *applet* “Área do Triângulo 1” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284473>.



1- Observe o triângulo ABC de base b e altura h . Anote a área do triângulo exibida na tela. _____

2- Mova o ponto B, observe o triângulo e anote novamente a área do triângulo. _____

3- Mova o ponto C, observe o triângulo e anote a da área do triângulo. _____

4- Mova novamente o ponto B e descreva o que você observou.

5- Mova o P, observe o triângulo e descreva o que você observou.

6- De acordo com o que foi observado, do que depende a área de um triângulo?

2ª Parte

Acesse o *applet* “Área do Triângulo 2” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284479>.



1- Observe o triângulo ABC de base b e altura h . Mova o seletor T até o final. Que figura a região sombreada representa agora?

2- Volte o seletor T para sua posição inicial e em seguida, mova os pontos A, B e/ou C. Após mover os pontos A, B e/ou C, mova o seletor T até o final novamente. Que figura a região sombreada representa?

3- Qual a relação entre a medida da altura do triângulo e a medida da altura da nova figura? E qual a relação entre a medida da base do triângulo e a medida da base da nova figura?

4- Qual a relação entre a área da nova figura e a área do triângulo?

5- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um triângulo qualquer.

6- Determine a expressão da área do triângulo em função da base b e da altura h .



3ª Parte

Acesse o *applet* “Altura do Triângulo Equilátero” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284509>.



1- Marque as caixas numeradas e observe a demonstração da fórmula da altura de um triângulo equilátero.

2- Utilizando a expressão determinada na Atividade 7 e a altura h demonstrada com o *applet*, determine uma expressão que possa ser usada para calcular a área de um triângulo equilátero de lado a .



Atividade 6 – Área do hexágono regular

Acesse o *applet* “Área do Hexágono Regular” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284519>.



1- Observe o hexágono ABCDEF inscrito em uma circunferência de centro O e raio r . Mova o seletor T até o final. Que figura se repete na região sombreada?

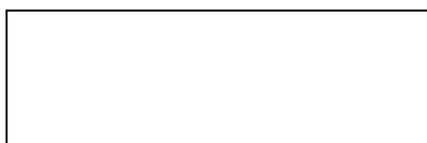
2- Volte o seletor T para sua posição inicial e, em seguida, mova o ponto A para alterar o comprimento do raio da circunferência.

Mova o seletor T até o final novamente. O que aconteceu com as figuras repetidas?

3- Qual o comprimento do lado de cada triângulo que se repete?

4- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um hexágono regular.

5- Determine a expressão da área do hexágono em função do lado r do hexágono.



Atividade 7 - Área do Trapézio

Acesse o *applet* “Área do Trapézio” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284411>.



1- Observe o trapézio ABCD de base maior B, base menor b e altura h. Mova T o seletor até o final. Que figura a região sombreada representa agora?

2- Volte o seletor T para sua posição inicial e em seguida, mova os pontos A, B, C e/ou D. Após mover os pontos A, B, C e/ou D, mova o seletor T até o final novamente. Que figura a região sombreada representa?

3- Qual a relação entre a medida da base do trapézio e a medida da base da nova figura? E qual a relação entre a medida da altura do trapézio e a medida da altura da nova figura?

4- Qual a relação entre a área da nova figura e a área do trapézio?

5- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um trapézio qualquer.

6- Determine a expressão da área do trapézio em função da base maior B, da base menor b e da altura h.

Atividade 8 - Área do Losango

Acesse o *applet* “Área do Losango” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284463>.



1- Observe o losango ABCD de diagonal menor d e diagonal maior D . Selecione as caixas na ordem em que aparecem. A nova região ocupada pelos triângulos coloridos representa que figura?

2- Mova os seletores correspondentes às diagonais do losango. Qual a relação entre a medida da altura da nova figura e a medida da diagonal maior do losango? E entre a medida da base da nova figura e a medida da diagonal menor do losango?

3- Qual a relação entre a área da nova figura e a área do losango?

4- A partir do que foi observado, explique como se obter a área de um losango qualquer.

5- Determine a expressão da área do losango em função das diagonais d e D .



Atividade 9 – Área do círculo

Acesse o *applet* “Área do Círculo” por meio do *QR Code* abaixo ou pelo *link* <http://tube.geogebra.org/m/1284523>.



- 1- Mova o seletor C e observe a animação do comprimento da circunferência.
- 2- Marque a caixa “Divisão” e observe o círculo dividido em 6 setores iguais.
- 3- Mova o seletor R até o final e observe.
- 4 - Volte o seletor R para a sua posição inicial, repita o procedimento para um número cada vez maior de setores, movendo o seletor D, e responda:

a) À medida que o número de setores aumentou, a figura formada pelos setores vermelhos e azuis, após mover o seletor R até o final, se aproximaram de qual polígono? _____

b) Qual a altura aproximada desse polígono?

c) Qual o comprimento aproximado desse polígono?

d) Qual a área desse polígono, aproximadamente?

5- A partir do que foi observado, determine a expressão da área do círculo em função do raio r .

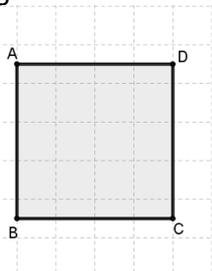


APÊNDICE B: TESTE: ÁREAS DE FIGURAS PLANAS.

Nome: _____

Turma: (1) (2) (3)

1- A área da figura abaixo é:



- a) 4 u.a.
- b) 16 u.a.
- c) 12 u.a.
- d) 8 u.a.

2- (CEFET – RJ – 2013) Em uma parede retangular de 12 m de comprimento, coloca-se um portão quadrado, deixando-se 3m à esquerda e 6m à direita. A área da parede ao redor do portão é 39 m². Qual é a altura da parede?



- a) 3m
- b) 3,9m
- c) 4m
- d) 5m

3- Analise as afirmativas abaixo:

I- Duas figuras de formas diferentes podem ter áreas iguais.

II- Duas figuras de formas diferentes sempre têm áreas diferentes.

III- Duas figuras com áreas iguais devem ter formas iguais.

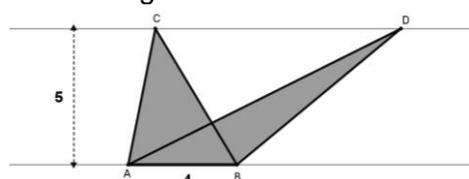
Assinale a resposta correta:

- a) Apenas a afirmação I está correta.
- b) Apenas a afirmação II está correta.
- c) Apenas as afirmações I e III estão corretas.
- d) Apenas as afirmações II e III estão corretas.

4- A área de um triângulo equilátero de lado 8 cm é igual a:

- a) 16 cm²
- b) 64 cm²
- c) $16\sqrt{3}$ cm²
- d) $24\sqrt{3}$ cm²

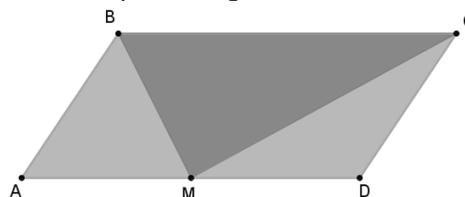
5- Observe a figura abaixo:



Podemos afirmar que:

- a) As áreas dos triângulos ABC e ABD são iguais.
- b) A área do triângulo ABC é maior do que a área do triângulo ABD.
- c) A área do triângulo ABC é igual a 20.
- d) A área da figura sombreada é igual a 20.

6- Observe o paralelogramo ABCD abaixo:



Seja M, ponto médio do segmento AD, ou seja, a medida do segmento AM é igual à medida do segmento MD, analise as afirmações abaixo:

I- A área do triângulo BCM é a metade da área do paralelogramo ABCD.

II- Os triângulos ABM e CDM possuem a mesma área.

III- A área do triângulo BMC é o dobro da área do triângulo ABM.

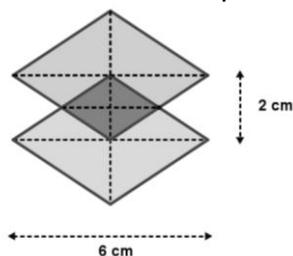
São corretas:

- a) Somente a afirmativa I.
- b) Somente as afirmativas I e II.
- c) Somente as afirmativas I e III.
- d) Todas as afirmativas.

7- A área de um círculo mede $144 \pi \text{ cm}^2$. O diâmetro desse círculo mede:

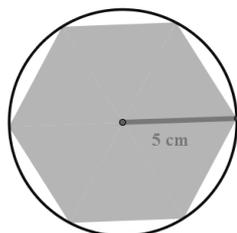
- a) 12 cm.
- b) 24 cm.
- c) 6 cm.
- d) 72 cm.

8- A área da figura central formada por dois losangos parcialmente sobrepostos é:



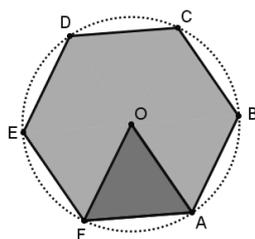
- a) 12 cm^2 .
- b) 6 cm^2 .
- c) 3 cm^2 .
- d) 8 cm^2 .

9- A área do hexágono inscrito em uma circunferência de raio igual a 5 cm é igual a:



- a) 25 cm^2
- b) $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$
- c) $25\pi \text{ cm}^2$
- d) $\frac{75\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

10- Sabendo que a área do triângulo AOF é igual a 5 cm^2 , a área do hexágono ABCDEF é igual a:



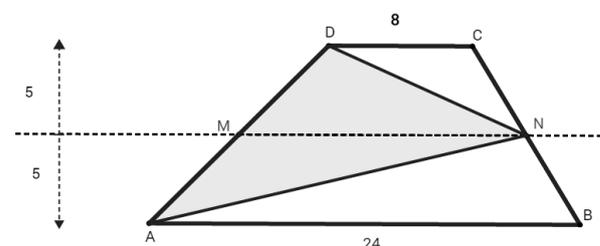
- a) 20 cm^2
- b) 10 cm^2
- c) 30 cm^2
- d) 15 cm^2

11- O paralelogramo ABCD abaixo tem a medida da base igual ao comprimento da circunferência e medida da altura igual à medida do raio. Sabendo que a área do paralelogramo é igual a 18π , a área do círculo é igual a:



- a) 9π
- b) 36π
- c) 3π
- d) 6π

12- Observe o trapézio ABCD de altura igual a 10.



A área sombreada é igual a:

- a) 160.
- b) 80.
- c) 120.
- d) 40.